**Université PANTHÉON - ASSAS (PARIS II)** **U.E.F.2**

**Droit - Economie - Sciences Sociales** **5289**

Melun

**Session :** Mai 2018

**Année d'étude :** Deuxième année de Licence économie-gestion mention économie et gestion

**Discipline :** ***Statistiques 4***
(Unité d'Enseignements Fondamentaux 2)

**Titulaire(s) du cours :**
M. Matthieu RICHARD

**Document(s) autorisé(s) :**
Ni document ni calculatrice ne sont autorisés.

**Université Paris II** - Institut de droit et d'économie de Melun  Statistiques 4 (5289)
**Licence 2 Sciences économiques et Gestion**  Cours de M. RICHARD

**Mai 2018**

Les documents et les calculatrices ne sont pas autorisés.

*On pourra utiliser les résultats suivants :*
$\sqrt{2,4} \simeq 1,55$, $\sqrt{2,5} \simeq 1,58$, $\sqrt{25} = 5$, $\sqrt{400} = 20$.

*D'autre part, les résultats numériques finaux pourront être arrondis.*

## Exercice 1

1. Soit $(X_n)$ une suite de variables aléatoires mutuellement indépendantes telles que pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, $P(X_n = 1) = e^{-n}$, $P(X_n = 2) = 1 - 2e^{-n}$ et $P(X_n = 3) = e^{-n}$.
(a) Montrer que la suite $(X_n)$ converge en loi vers la variable aléatoire certaine 2.
(b) Montrer que la suite $(X_n)$ converge en moyenne quadratique vers 2. Que peut-on en déduire ?

2. Soit $(X_n)$ une suite de variables aléatoires dont la densité de probabilité est donnée pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par
$$f_n(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta + \frac{2}{n}} & \text{si } x \in [-\frac{1}{n}; \theta + \frac{1}{n}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}.$$
Montrer que la suite $(X_n)$ converge en loi vers une loi uniforme sur l'intervalle $[0, \theta]$.

## Exercice 2

On suppose que la durée de vie en années d'un téléphone d'un certain type peut être modélisée par une variable aléatoire $X$ qui suit une loi normale d'espérance $m$ et d'écart-type $\sigma$. On note $X_1$, ..., $X_n$ la durée de vie en années de $n$ téléphones de ce type pris au hasard. On suppose que les variables aléatoires $X_1$,...,$X_n$ suivent la même loi que $X$ et sont indépendantes. On note $x_1$,...,$x_n$ les réalisations des variables aléatoires $X_1$,...,$X_n$.

1. Rappeler les estimateurs naturels sans biais et convergents de $m$ et $\sigma^2$.

2. On réalise $n = 25$ observations. On obtient les résultats suivants :
$$\overline{x_{25}} = \frac{1}{25}\sum_{i=1}^{25} x_i = 3,5 \text{ et } \frac{1}{25}\sum_{i=1}^{25}(x_i - \overline{x_{25}})^2 = 2,4.$$
(a) Donner une estimation ponctuelle non biaisée de $m$ et de $\sigma^2$.
(b) Donner un intervalle de confiance bilatéral symétrique au niveau de confiance 95 % pour $m$.
(c) Donner un intervalle de confiance unilatéral à droite au niveau de confiance 95 % pour $\sigma^2$.

3. Un journaliste a écrit que moins de 10 % des téléphones portables de ce type ont une durée de vie qui dépasse 5 ans. Qu'en pensez-vous ?

## Exercice 3

On suppose que le nombre annuel de litiges commerciaux qu'une société A entretient avec un de ses clients peut être modélisé par une variable aléatoire $X$ qui suit une loi de Poisson de paramètre $\theta$. La société A souhaite que le nombre moyen de litiges par client ne dépasse pas 0,2 et veut donc s'assurer qu'elle va respecter cet engagement.

La société s'intéresse à un échantillon de $n$ clients. On note $X_1$, ..., $X_n$ le nombre annuel de litiges entretenus par la société avec chacun de ces clients. On suppose que les variables aléatoires $X_1$,...,$X_n$ suivent la même loi que $X$ et sont indépendantes. On note $x_1$,...,$x_n$ les réalisations des variables aléatoires $X_1$,...,$X_n$.

**Partie A** : On suppose que $\theta = 0,1$.

1. Calculer la probabilité que la société entretienne au moins un litige avec un client pris au hasard.
2. On suppose que $n = 400$. Calculer la probabilité que la société entretienne en moyenne plus de 0,2 litige par client de l'échantillon.

**Partie B** : On suppose que $\theta$ est inconnu. L'objectif de cette partie est d'estimer $\theta$.

1. Construction d'estimateurs
(a) Rappeler l'espérance et la variance de la loi de Poisson.
(b) Déterminer l'estimateur de $\theta$ obtenu par la méthode des moments d'ordre 1.
(c) Déterminer l'estimateur de $\theta$ obtenu par la méthode des moments d'ordre 2.
(d) Montrer que la vraisemblance de $(X_1, ..., X_n)$ est donnée par :

$$\forall (x_1, ..., x_n) \in \mathbb{N}^n,\ L(x_1, ..., x_n; \theta) = \frac{e^{-n\theta} \times \theta^{\sum_{i=1}^{n} x_i}}{\prod_{i=1}^{n} x_i!}$$

(e) En déduire l'estimateur du maximum de vraisemblance de $\theta$.

2. On s'intéresse désormais à l'estimateur $\overline{X_n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$ de $\theta$.
(a) Montrer que $\overline{X_n}$ est un estimateur sans biais et convergent de $\theta$.
(b) Montrer que l'information de Fisher apportée par l'échantillon sur le paramètre $\theta$ est $I_n(\theta) = \frac{n}{\theta}$.
(c) Montrer que l'estimateur $\overline{X_n}$ est efficace.

3. Estimation de $\theta$
On suppose que $n = 400$. On relève $\sum_{i=1}^{400} x_i = 40$.
(a) Donner une estimation ponctuelle non biaisée de $\theta$. Justifier succinctement le choix de l'estimateur utilisé.
(b) La société peut-elle être quasiment certaine de respecter son engagement de ne pas dépasser 0,2 litige par client en moyenne ?

## Exercice 4

Suite à des informations transmises par un lanceur d'alerte, le service des impôts enquête sur des comptes d'exilés fiscaux domiciliés chez une banque B dans un paradis fiscal. Le service des impôts sait que les comptes des exilés fiscaux français domiciliés chez la banque B sont numérotés de 1 à $N$ et que chacun de ces N numéros correspond bien à un compte d'un exilé fiscal français. L'objectif du service des impôts est de déterminer le nombre $N$ de comptes d'exilés fiscaux domiciliés chez la banque B.

Le service des impôts a connaissance d'un échantillon de 4 numéros de compte transmis par le lanceur d'alerte.

Pour chaque question, indiquer **sans justification** la bonne réponse. *Le barème appliqué tiendra uniquement compte du nombre de bonnes réponses.*

1. Parmi les statistiques suivantes, laquelle est un estimateur sans biais de $N$ ?
A. La moyenne empirique des 4 numéros de compte de l'échantillon.
B. Le maximum des 4 numéros de compte de l'échantillon.
C. Le minimum des 4 numéros de compte de l'échantillon.
D. La variance empirique des 4 numéros de compte de l'échantillon.
E. Le double de la moyenne empirique des 4 numéros de compte de l'échantillon.
F. Le double de la moyenne empirique des 4 numéros de compte de l'échantillon auquel on retranche 1.

2. Parmi les statistiques suivantes, laquelle est un estimateur biaisé mais asymptotiquement sans biais de $N$ ?
A. La moyenne empirique des 4 numéros de compte de l'échantillon.
B. Le maximum des 4 numéros de compte de l'échantillon.
C. Le minimum des 4 numéros de compte de l'échantillon.
D. La variance empirique des 4 numéros de compte de l'échantillon.
E. Le double de la moyenne empirique des 4 numéros de compte de l'échantillon.
F. Le double de la moyenne empirique des 4 numéros de compte de l'échantillon auquel on retranche 1.

3. Le service des impôts a connaissance des numéros de compte suivants : 12, 50, 68 et 110. Donner une estimation non biaisée de $N$.
A. 60
B. 110
C. 12
D. 1242
E. 120
F. 119

**Loi de Poisson**
$X \sim \mathscr{P}(\lambda)$

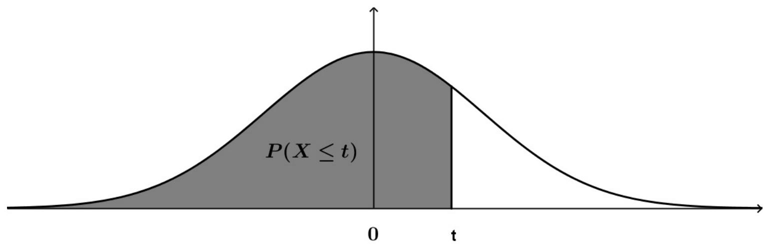
Fonction de répartition : $P(X \leq k) = \sum_{i=0}^{k} \frac{e^{-\lambda}\lambda^i}{i!}$

| k | λ = 0,1 | λ = 0,2 | λ = 0,3 | λ = 0,4 | λ = 0,5 | λ = 0,6 | λ = 0,7 | λ = 0,8 | λ = 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0,9048 | 0,8187 | 0,7408 | 0,6703 | 0,6065 | 0,5488 | 0,4966 | 0,4493 | 0,4066 |
| 1 | 0,9953 | 0,9825 | 0,9631 | 0,9384 | 0,9098 | 0,8781 | 0,8442 | 0,8088 | 0,7725 |
| 2 | 0,9998 | 0,9989 | 0,9964 | 0,9921 | 0,9856 | 0,9769 | 0,9659 | 0,9526 | 0,9371 |
| 3 | 1,0000 | 0,9999 | 0,9997 | 0,9992 | 0,9982 | 0,9966 | 0,9942 | 0,9909 | 0,9865 |
| 4 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 0,9999 | 0,9998 | 0,9996 | 0,9992 | 0,9986 | 0,9977 |
| 5 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 0,9999 | 0,9998 | 0,9997 |
| 6 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |

| k | λ = 1 | λ = 1,5 | λ = 2 | λ =2,5 | λ = 3 | λ = 3,5 | λ = 4 | λ = 4,5 | λ = 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0,3679 | 0,2231 | 0,1353 | 0,0821 | 0,0498 | 0,0302 | 0,0183 | 0,0111 | 0,0067 |
| 1 | 0,7358 | 0,5578 | 0,4060 | 0,2873 | 0,1991 | 0,1359 | 0,0916 | 0,0611 | 0,0404 |
| 2 | 0,9197 | 0,8088 | 0,6767 | 0,5438 | 0,4232 | 0,3208 | 0,2381 | 0,1736 | 0,1247 |
| 3 | 0,9810 | 0,9344 | 0,8571 | 0,7576 | 0,6472 | 0,5366 | 0,4335 | 0,3423 | 0,2650 |
| 4 | 0,9963 | 0,9814 | 0,9473 | 0,8912 | 0,8153 | 0,7254 | 0,6288 | 0,5321 | 0,4405 |
| 5 | 0,9994 | 0,9955 | 0,9834 | 0,9580 | 0,9161 | 0,8576 | 0,7851 | 0,7029 | 0,6160 |
| 6 | 0,9999 | 0,9991 | 0,9955 | 0,9858 | 0,9665 | 0,9347 | 0,8893 | 0,8311 | 0,7622 |
| 7 | 1,0000 | 0,9998 | 0,9989 | 0,9958 | 0,9881 | 0,9733 | 0,9489 | 0,9134 | 0,8666 |
| 8 | 1,0000 | 1,0000 | 0,9998 | 0,9989 | 0,9962 | 0,9901 | 0,9786 | 0,9597 | 0,9319 |
| 9 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 0,9997 | 0,9989 | 0,9967 | 0,9919 | 0,9829 | 0,9682 |
| 10 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 0,9999 | 0,9997 | 0,9990 | 0,9972 | 0,9933 | 0,9863 |
| 11 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 0,9999 | 0,9997 | 0,9991 | 0,9976 | 0,9945 |
| 12 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 0,9999 | 0,9997 | 0,9992 | 0,9980 |
| 13 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 0,9999 | 0,9997 | 0,9993 |
| 14 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 0,9999 | 0,9998 |
| 15 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 0,9999 |
| 16 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |

## Loi normale centrée réduite
$X \sim \mathcal{N}(0;1)$

Fonction de répartition $F(t) = P(X \leq t)$




| t | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |

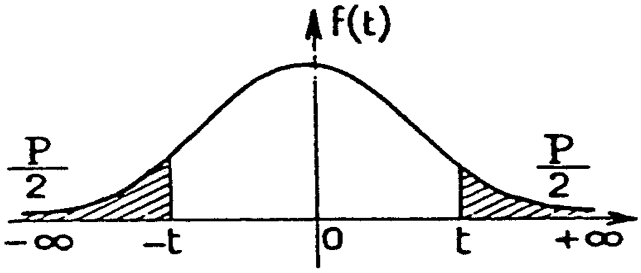
La valeur de $t$ se lit en additionnant les valeurs en en-tête de ligne et de colonne. La valeur de $F(t)$ correspondante est la valeur lue dans la case située sur la même ligne et la même colonne.

Table pour les grandes valeurs de $t$

| t | 3,0 | 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 4,0 | 5,0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| F(t) | 0,9987 | 0,9990 | 0,9993 | 0,9995 | 0,9997 | 0,9998 | 0,99997 | 0,9999997 |

TABLE DE DISTRIBUTION DE t
(Loi de Student)

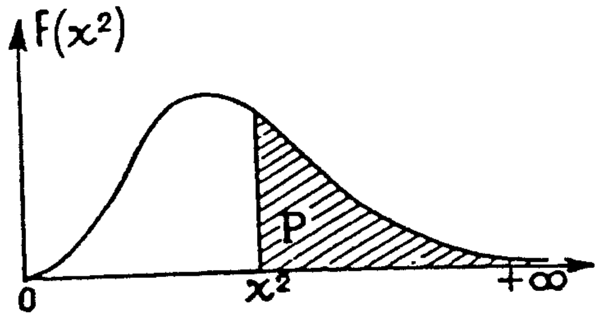
Valeurs de t ayant la probabilité *P* d'être dépassées en valeur absolue




| $P$ / $\nu$ | 0,900 | 0,800 | 0,500 | 0,200 | 0,100 | 0,050 | 0,020 | 0,010 | 0,001 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,158 | 0,325 | 1,000 | 3,078 | 6,314 | 12,706 | 31,821 | 63,657 | 636,619 |
| 2 | 0,142 | 0,289 | 0,816 | 1,886 | 2,920 | 4,303 | 6,965 | 9,925 | 31,598 |
| 3 | 0,137 | 0,277 | 0,765 | 1,638 | 2,353 | 3,182 | 4,541 | 5,841 | 12,929 |
| 4 | 0,134 | 0,271 | 0,741 | 1,533 | 2,132 | 2,776 | 3,747 | 4,604 | 8,610 |
| 5 | 0,132 | 0,267 | 0,727 | 1,476 | 2,015 | 2,571 | 3,365 | 4,032 | 6,869 |
| 6 | 0,131 | 0,265 | 0,718 | 1,440 | 1,943 | 2,447 | 3,143 | 3,707 | 5,959 |
| 7 | 0,130 | 0,263 | 0,711 | 1,415 | 1,895 | 2,365 | 2,998 | 3,499 | 5,408 |
| 8 | 0,130 | 0,262 | 0,706 | 1,397 | 1,860 | 2,306 | 2,896 | 3,355 | 5,041 |
| 9 | 0,129 | 0,261 | 0,703 | 1,383 | 1,833 | 2,262 | 2,821 | 3,250 | 4,781 |
| 10 | 0,129 | 0,260 | 0,700 | 1,372 | 1,812 | 2,228 | 2,764 | 3,169 | 4,587 |
| 11 | 0,129 | 0,260 | 0,697 | 1,363 | 1,796 | 2,201 | 2,718 | 3,106 | 4,437 |
| 12 | 0,128 | 0,259 | 0,695 | 1,358 | 1,782 | 2,179 | 2,681 | 3,055 | 4,318 |
| 13 | 0,128 | 0,259 | 0,694 | 1,350 | 1,771 | 2,160 | 2,650 | 3,012 | 4,221 |
| 14 | 0,128 | 0,258 | 0,692 | 1,345 | 1,761 | 2,145 | 2,624 | 2,977 | 4,140 |
| 15 | 0,128 | 0,258 | 0,691 | 1,341 | 1,753 | 2,131 | 2,602 | 2,947 | 4,073 |
| 16 | 0,128 | 0,258 | 0,690 | 1,337 | 1,746 | 2,120 | 2,583 | 2,921 | 4,015 |
| 17 | 0,128 | 0,257 | 0,689 | 1,333 | 1,740 | 2,110 | 2,567 | 2,898 | 3,965 |
| 18 | 0,127 | 0,257 | 0,688 | 1,330 | 1,734 | 2,101 | 2,552 | 2,878 | 3,922 |
| 19 | 0,127 | 0,257 | 0,688 | 1,328 | 1,729 | 2,093 | 2,539 | 2,861 | 3,883 |
| 20 | 0,127 | 0,257 | 0,687 | 1,325 | 1,725 | 2,086 | 2,528 | 2,845 | 3,850 |
| 21 | 0,127 | 0,257 | 0,686 | 1,323 | 1,721 | 2,080 | 2,518 | 2,831 | 3,819 |
| 22 | 0,127 | 0,256 | 0,686 | 1,321 | 1,717 | 2,074 | 2,508 | 2,819 | 3,792 |
| 23 | 0,127 | 0,256 | 0,685 | 1,319 | 1,714 | 2,069 | 2,500 | 2,807 | 3,767 |
| 24 | 0,127 | 0,256 | 0,685 | 1,318 | 1,711 | 2,064 | 2,492 | 2,797 | 3,745 |
| 25 | 0,127 | 0,256 | 0,684 | 1,316 | 1,708 | 2,060 | 2,485 | 2,787 | 3,725 |
| 26 | 0,127 | 0,256 | 0,684 | 1,315 | 1,706 | 2,056 | 2,479 | 2,779 | 3,707 |
| 27 | 0,127 | 0,256 | 0,684 | 1,314 | 1,703 | 2,052 | 2,473 | 2,771 | 3,690 |
| 28 | 0,127 | 0,256 | 0,683 | 1,313 | 1,701 | 2,048 | 2,467 | 2,763 | 3,674 |
| 29 | 0,127 | 0,256 | 0,683 | 1,311 | 1,699 | 2,045 | 2,462 | 2,756 | 3,659 |
| 30 | 0,127 | 0,256 | 0,683 | 1,310 | 1,697 | 2,042 | 2,457 | 2,750 | 3,646 |
| 40 | 0,126 | 0,255 | 0,681 | 1,303 | 1,684 | 2,021 | 2,423 | 2,704 | 3,551 |
| 60 | 0,126 | 0,254 | 0,679 | 1,295 | 1,671 | 2,000 | 2,390 | 2,660 | 3,460 |
| 120 | 0,126 | 0,254 | 0,677 | 1,289 | 1,658 | 1,980 | 2,358 | 2,617 | 3,373 |
| $\infty$ | 0,126 | 0,253 | 0,674 | 1,282 | 1,645 | 1,960 | 2,326 | 2,576 | 3,291 |

## TABLE DE DISTRIBUTION DE $\chi^2$
## (Loi de K. Pearson)

### Valeurs de $\chi^2$ ayant la probabilité $P$ d'être dépassées




| $P$ / $\nu$ | 0,990 | 0,975 | 0,950 | 0,900 | 0,700 | 0,500 | 0,100 | 0,050 | 0,025 | 0,010 | 0,001 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,0002 | 0,0010 | 0,0039 | 0,0158 | 0,148 | 0,455 | 2,71 | 3,84 | 5,02 | 6,63 | 10,83 |
| 2 | 0,02 | 0,05 | 0,10 | 0,21 | 0,713 | 1,386 | 4,61 | 5,99 | 7,38 | 9,21 | 13,82 |
| 3 | 0,12 | 0,22 | 0,35 | 0,58 | 1,42 | 2,37 | 6,25 | 7,81 | 9,35 | 11,34 | 16,27 |
| 4 | 0,30 | 0,48 | 0,71 | 1,06 | 2,20 | 3,36 | 7,78 | 9,49 | 11,14 | 13,28 | 18,47 |
| 5 | 0,55 | 0,83 | 1,15 | 1,61 | 3,00 | 4,35 | 9,24 | 11,07 | 12,83 | 15,09 | 20,52 |
| 6 | 0,87 | 1,24 | 1,64 | 2,20 | 3,83 | 5,35 | 10,64 | 12,59 | 14,45 | 16,81 | 22,46 |
| 7 | 1,24 | 1,69 | 2,17 | 2,83 | 4,67 | 6,35 | 12,02 | 14,07 | 16,01 | 18,47 | 24,32 |
| 8 | 1,65 | 2,18 | 2,73 | 3,49 | 5,53 | 7,34 | 13,36 | 15,51 | 17,53 | 20,09 | 26,13 |
| 9 | 2,09 | 2,70 | 3,33 | 4,17 | 6,39 | 8,34 | 14,68 | 16,92 | 19,02 | 21,67 | 27,88 |
| 10 | 2,56 | 3,25 | 3,94 | 4,87 | 7,27 | 9,34 | 15,99 | 18,31 | 20,48 | 23,21 | 29,59 |
| 11 | 3,05 | 3,82 | 4,57 | 5,58 | 8,15 | 10,34 | 17,27 | 19,67 | 21,92 | 24,72 | 31,26 |
| 12 | 3,57 | 4,40 | 5,23 | 6,30 | 9,03 | 11,34 | 18,55 | 21,03 | 23,34 | 26,22 | 32,91 |
| 13 | 4,11 | 5,01 | 5,89 | 7,04 | 9,93 | 12,34 | 19,81 | 22,36 | 24,74 | 27,69 | 34,53 |
| 14 | 4,66 | 5,63 | 6,57 | 7,79 | 10,82 | 13,34 | 21,06 | 23,68 | 26,12 | 29,14 | 36,12 |
| 15 | 5,23 | 6,26 | 7,26 | 8,55 | 11,72 | 14,34 | 22,31 | 25,00 | 27,49 | 30,58 | 37,70 |
| 16 | 5,81 | 6,91 | 7,96 | 9,31 | 12,62 | 15,34 | 23,54 | 26,30 | 28,84 | 32,00 | 39,25 |
| 17 | 6,41 | 7,56 | 8,67 | 10,08 | 13,53 | 16,34 | 24,77 | 27,59 | 30,19 | 33,41 | 40,79 |
| 18 | 7,01 | 8,23 | 9,39 | 10,86 | 14,44 | 17,34 | 25,99 | 28,87 | 31,53 | 34,80 | 42,31 |
| 19 | 7,63 | 8,91 | 10,12 | 11,65 | 15,35 | 18,34 | 27,20 | 30,14 | 32,85 | 36,19 | 43,82 |
| 20 | 8,26 | 9,59 | 10,85 | 12,44 | 16,27 | 19,34 | 28,41 | 31,41 | 34,17 | 37,57 | 45,32 |
| 21 | 8,90 | 10,28 | 11,59 | 13,24 | 17,18 | 20,34 | 29,61 | 32,67 | 35,48 | 38,93 | 46,80 |
| 22 | 9,54 | 10,98 | 12,34 | 14,04 | 18,10 | 21,34 | 30,81 | 33,92 | 36,78 | 40,29 | 48,27 |
| 23 | 10,20 | 11,69 | 13,09 | 14,85 | 19,02 | 22,34 | 32,01 | 35,17 | 38,08 | 41,64 | 49,73 |
| 24 | 10,86 | 12,40 | 13,85 | 15,66 | 19,94 | 23,34 | 33,20 | 36,41 | 39,37 | 42,98 | 51,18 |
| 25 | 11,52 | 13,12 | 14,61 | 16,47 | 20,87 | 24,34 | 34,38 | 37,65 | 40,65 | 44,31 | 52,62 |
| 26 | 12,20 | 13,84 | 15,38 | 17,29 | 21,79 | 25,34 | 35,56 | 38,88 | 41,92 | 45,64 | 54,05 |
| 27 | 12,88 | 14,57 | 16,15 | 18,11 | 22,72 | 26,34 | 36,74 | 40,11 | 43,19 | 46,96 | 55,48 |
| 28 | 13,57 | 15,31 | 13,93 | 18,94 | 23,65 | 27,34 | 37,92 | 41,34 | 44,46 | 48,28 | 56,89 |
| 29 | 14,26 | 16,05 | 17,71 | 19,77 | 24,58 | 28,34 | 39,09 | 42,56 | 45,72 | 49,59 | 58,30 |
| 30 | 14,95 | 16,79 | 18,49 | 20,60 | 25,51 | 29,34 | 40,26 | 43,77 | 46,98 | 50,89 | 59,70 |

Lorsque $\nu > 30$, on peut admettre que la quantité $\sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2\nu - 1}$ suit la loi normale réduite.