

Droit - Economie - Sciences Sociales

**Session :** Janvier 2018  
**Année d'étude :** L1, Sciences Economiques  
**Discipline :** *Mathématiques*  
**Titulaire(s) du cours :** M. Fathi FAKHFAKH  
**Document(s) autorisé(s) :** aucun

**Exercice 1**

Soit  $f$  la fonction suivante :

$$f(x) = \frac{x \cdot \ln(1+x)}{1 - \cos(x)}$$

- 1) Donner le domaine de définition de la fonction  $f$ .
- 2) Rappeler les développements limités d'ordre 2 de  $\ln(1+x)$  et de  $\cos(x)$  au voisinage de 0.
- 3) Déterminer la limite de  $f$  lorsque  $x$  tend vers 0.
- 4) Peut-on prolonger  $f$  par continuité ? Si oui, de quelle manière ?

**Exercice 2**

Soit la fonction de satisfaction suivante : (résultant de la consommation de  $x$  unités du bien 1 et de  $y$  unités du bien 2).

$$U(x, y) = x^2 \cdot y - x \cdot y^2$$

- a- Donner l'équation du plan tangent à la courbe de cette fonction au point  $M_0(1,1)$ .
- b- En déduire la différentielle de  $U$  au voisinage de  $M_0$  si les quantités consommées connaissent respectivement les variations  $dx$  et  $dy$  ?
- c- Si la consommation en bien de consommation subit une baisse de  $dx$ , quelle sera l'augmentation minimale  $dy$  acceptable par ce consommateur ?

**Exercice 3**

On considère la fonction de satisfaction suivante (résultant de la consommation de  $x$  unités du bien 1 et de  $y$  unités du bien 2):

$$U(x, y) = \frac{1}{3} \cdot \log(x) + \frac{2}{3} \cdot \log(y)$$

On suppose que cet agent économique dispose d'un budget  $B$  qu'il consacre entièrement à la consommation de ces deux biens. Soient  $P_1$  et  $P_2$  les prix des deux biens  $X$  et  $Y$ .

On suppose que  $B=20$ ,  $P_1=1$  et  $P_2=1$ .

- a- Rappeler la contrainte budgétaire de ce consommateur.
- b- Déterminer par la méthode du lagrangien les quantités qui maximisent la satisfaction de ce consommateur.
- c- Déterminer par la méthode de substitution les quantités qui maximisent la satisfaction de ce consommateur.