Université PANTHÉON - ASSAS (PARIS II) **U.E.F.1**

Droit - Economie - Sciences Sociales **5097**

Melun

Année d'étude: Deuxième année de Licence économie-gestion mention administration économique et sociale

Discipline: Techniques Quantitatives: Statistiques
(Unité d'Enseignements Fondamentaux 1)

Session: Janvier 2018

Titulaire(s) du cours: M.Massimiliano MATTERA

Document(s) autorisé(s): Calculatrice - Tout autre document est interdit.

Le sujet est composé de questions de cours et de trois exercices indépendants.

Questions de cours :

1. Pour les variables aléatoires de loi suivantes énoncer et démontrer la propriété d'absence de mémoire:
a) Loi géométrique de paramètre $p \in]0,1[$.
b) Loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$.
2. Soit X une variable aléatoire suivant la loi uniforme à densité sur le segment $[1,3]$.
a) Rappeler l'expression de sa densité, de sa fonction de répartition et les valeurs de son espérance et de sa variance.
b) Tracer l'allure de sa fonction de répartition.
3. Supposons qu'un test de dépistage d'une maladie est fiable à 99 pour cent. Vous passez le test et il est positif....
a) Expliquer pourquoi on ne peut rien dire sur la probabilité p que vous soyez atteint de cette maladie.
b) De quelle information manquante faudrait-il disposer pour déterminer p?

Exercice 1 :

Les deux questions sont indépendantes.

1. Trois machines M1, M2 et M3 fabriquent des boulons de même type. M1 sort en moyenne 0,3% de pièces défectueuses, M2 0,8% et M3 1%. On mélange 1000 pièces dans une caisse, dont 500 proviennent de M1, 350 de M2 et 150 de M3. On tire au hasard un boulon de la caisse. Calculer la probabilité qu'il soit défectueux.

2. Pour un hôtel donné, on estime que la probabilité qu'un client ayant réservé une chambre ne se présente pas le jour venu est de 1%. L'hôtel compte 100 chambres et a accepté, pour une journée type, 102 réservations.
a) Quelle est la probabilité p que tous les clients qui se présentent trouvent une chambre libre ?
b) Donner une valeur approchée de p en utilisant une approximation d'une loi binômiale par une loi de Poisson.

Exercice 2 :

A. On lance 8 fois une pièce de monnaie ayant une probabilité $p = \frac{2}{3}$ de tomber sur pile.
On suppose les lancers indépendants et on note X le nombre de lancers ayant donné pile.
1. Quelle est la loi de la variable aléatoire X?
2. Déterminer $E(X)$ et $V(X)$.
3. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins deux piles?

B. On lance cette même pièce de monnaie indéfiniment et on note Y la variable aléatoire égale au rang du lancer donnant pile pour la première fois et Z le nombre de lancers nécessaires pour obtenir pour la première fois un deuxième pile.
Ainsi, par exemple, si la suite des lancers obtenus est: FFPFPPFF... alors $Y = 3$ et $Z = 5$.
1. a) Quelle est la loi de la variable aléatoire Y?
b) Calculer $P([Y \geq 3])$
c) Déterminer $E(Y)$ et $V(Y)$.
2. a) Quelle est la loi de la variable aléatoire Z?
b) Calculer $P([Z \geq 4])$
c) Déterminer $E(Z)$ et $V(Z)$.

Exercice 3 :

On tire 3 fois **avec remise** une boule dans une urne contenant 7 boules noires et 3 boules blanches.
On note X la variable aléatoire égale au nombre de boules blanches obtenues.
1. Les tirages sont-ils indépendants? Justifier votre réponse.
2. Déterminer la loi de probabilité de X.
3. Représenter graphiquement la fonction de répartition de X.
4. Déterminer l'espérance et la variance de X.
5. Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de boules noires obtenues.
Déterminer l'espérance et la variance de Y.
6. Les variables aléatoires X et Y sont-elles indépendantes?