Université PANTHÉON - ASSAS (PARIS II) U.E.F.1

Droit - Economie - Sciences Sociales 5007

Melun

Session : Janvier 2018

Année d'étude : Deuxième année de Licence économie-gestion mention économie et gestion

Discipline : ***Mathématiques 3***

(Unité d'Enseignements Fondamentaux 1)

Titulaire(s) du cours :

M. Matthieu RICHARD

Document(s) autorisé(s) :

Aucun

Université Paris II - Institut de droit et d'économie de Melun   Mathématiques 3 (5007)
Licence 2 Sciences économiques et Gestion   Cours de M. RICHARD

Janvier 2018

Les documents et les calculatrices ne sont pas autorisés.

Exercice 1

Soient $\vec{u}_1 = (1,2,1)$, $\vec{u}_2 = (1,0,1)$ et $\vec{u}_3 = (0,0,1)$ trois vecteurs de $\mathbb{R}^3$ dont les coordonnées sont exprimées dans la base canonique de $\mathbb{R}^3$.
a) Montrer que la famille $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$ est une base de $\mathbb{R}^3$.
b) Donner la matrice de passage P de la base canonique à la base $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$.
c) Soit $\vec{v}$ un vecteur dont les coordonnées dans la base $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$ de $\mathbb{R}^3$ sont $(2,3,1)$. Exprimer les coordonnées de $\vec{v}$ dans la base canonique de $\mathbb{R}^3$.

Exercice 2

Soit f une application de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^3$ définie pour tout couple (x,y) de $\mathbb{R}^2$ par :

$$f(x,y) = (2x+3y, -x+2y, 3x-y).$$

a) Montrer que f est une application linéaire de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^3$.
b) f est-elle injective ? surjective ? bijective ? Justifier.
c) Déterminer $Ker\ f$. Quelle est sa dimension ? Justifier.
d) Quelle est la dimension de $Im\ f$. Déterminer une base de $Im\ f$.
e) Déterminer la matrice A représentant l'application f dans les bases canoniques de $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$.

Exercice 3

On rappelle que $\mathcal{M}(2,2)$ est l'espace vectoriel des matrices $(2,2)$. On considère l'ensemble :

$$\mathcal{A} = \{M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}(2,2) \text{ tels que } a-b+5c-d=0\}.$$

a) Montrer que $\mathcal{A}$ est un sous-espace vectoriel de $\mathcal{M}(2,2)$.
b) Déterminer une base de $\mathcal{A}$.
c) Déterminer la dimension de $\mathcal{A}$.

Exercice 4

Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.
a) Montrer que A est inversible.
b) Déterminer la matrice inverse de la matrice A.
(c) Résoudre le système linéaire suivant : $\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & z & = & 1 \\ x & - & 2y & & & = & -1 \\ 2x & + & 2y & - & z & = & 0 \end{array} \right.$