Université Paris II Panthéon-Assas

Droit - Économie - Sciences Sociales

Session :	Septembre 2019
Année d'étude :	3$^{\text{e}}$ année de Licence Sciences Économiques
Discipline :	***Économétrie*** (Unité d'enseignements fondamentaux 2)
Titulaire(s) du cours :	M. Alain PIROTTE
Document(s) autorisé(s) :	Aucun Calculatrice **non programmable** autorisée
Durée de l'épreuve :	3 heures

Exercice n°1

Un économiste cherche à expliquer la consommation de cigarettes aux États-Unis. Dans cette perspective, il retient le modèle de régression multiple suivant :

$$\ln c_i = b_0 + b_1 \ln r_i + b_2 \ln p_i + u_i,\ i = 1, ..., N, \tag{1}$$

où la variable expliquée et les variables explicatives se définissent de la façon suivante :

$c =$ la consommation de cigarettes par personne (en paquets) en âge de fumer ($>$ 16 ans),
$r =$ revenu réel par tête,
$p =$ prix relatif des cigarettes,

et où ln désigne le logarithme népérien.

1. Comment s'interprète le coefficient b_2 ?

   Pour estimer le modèle (1), l'économiste dispose d'une coupe transversale, qui correspond à l'année 1992 et qui concerne 46 États américains. L'application des MCO au modèle (1) a donné les résultats suivants[1] :

$$\widehat{\ln c_i} = \underset{(4.780)}{4.299} + \underset{(0.876)}{0.172} \ln r_i \underset{(-4.128)}{-1.338} \ln p_i \tag{2}$$

$$R^2 = 0.303 \qquad \widehat{\sigma}_u = 0.163.$$

2. Quels commentaires vous inspirent les estimations du modèle (2) ?

3. Au seuil de 5 %, tester l'hypothèse selon laquelle le coefficient $b_2 \leq -1$. Interpréter.

4. Construire l'intervalle de confiance du coefficient b_2 à 95 %. Interpréter.

5. Au seuil de 5 %, tester la significativité globale du modèle (1). Commenter.

6. Est-il pertinent d'envisager d'effectuer un test de *White* pour valider l'hypothèse d'homoscédasticité des perturbations du modèle (1) ?

7. Expliquer la régression auxiliaire qu'il faudrait faire pour réaliser le test de *White*.

8. On suppose que les MCO appliqués à cette régression auxiliaire ont permis d'obtenir un $R^2 = 0.34$. Mettre en œuvre le test de *White*. Conclusion.

9. Aurait-il été possible d'utiliser le test de *Goldfeld* et *Quandt* en lieu et place de celui de *White* ? À quelles conditions ?

Exercice n°2

On considère le modèle suivant :

$$\ln L_i = \beta_0 + \beta_1 S_i + \beta_2 H_i^2 + \varepsilon_i,\ i = 1, ..., 20, \tag{3}$$

[1] Les nombres entre parenthèses en dessous des coefficients estimés correspondent aux t de *Student* calculés.

où L_i représente l'abondance d'une espèce particulière d'insecte dans la *ième* station, S_i et H_i désignent respectivement la surface et l'humidité de cette *ième* station, et $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, ..., \varepsilon_{20})' \sim N(\mathbf{0}, \sigma_\varepsilon^2 \mathbf{I}_{20})$. Ici, on suppose seulement que des valeurs moyennes sur deux ou quatre stations des $\ln L_i$, S_i et H_i^2 sont disponibles. Ces moyennes sont notées :

$$Z_j = \frac{1}{2} \sum_{i=2j-1}^{2j} \ln L_i,\ X_j^1 = \frac{1}{2} \sum_{i=2j-1}^{2j} S_i,\ X_j^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=2j-1}^{2j} H_i^2 \text{ pour } j \in \{1, ..., 8\},$$

$$Z_9 = \frac{1}{4} \sum_{i=17}^{20} \ln L_i,\ X_9^1 = \frac{1}{4} \sum_{i=17}^{20} S_i,\ X_9^2 = \frac{1}{4} \sum_{i=17}^{20} H_i^2 \text{ pour } j = 9.$$

Le modèle s'écrit alors :

$$Z_j = \gamma_0 + \gamma_1 X_j^1 + \gamma_2 X_j^2 + \eta_j,\ j = 1, ..., 9, \tag{4}$$

avec $\gamma_0 = \beta_0$, $\gamma_1 = \beta_1$, $\gamma_2 = \beta_2$ et

$$\eta_j = \frac{1}{2} \sum_{i=2j-1}^{2j} \varepsilon_i \text{ pour } j \in \{1, ..., 8\},\ \eta_9 = \frac{1}{4} \sum_{i=17}^{20} \varepsilon_i \text{ pour } j = 9.$$

1. Écrire le modèle sous forme matricielle en utilisant les notations $\mathbf{Z}$, $\mathbf{X}$, $\boldsymbol{\eta}$ et $\boldsymbol{\gamma}$ (vecteur des paramètres à estimer).

2. Montrer que la matrice de variances-covariances de $\boldsymbol{\eta}$ vérifie $V[\boldsymbol{\eta}] = \sigma_\varepsilon^2 \boldsymbol{\Omega}$. Donner l'expression de la matrice $\boldsymbol{\Omega}$.

3. Est-il pertinent d'utiliser l'estimateur des MCO ? Si tel n'est pas le cas, pourquoi ? Existe-t-il un autre estimateur plus pertinent ?

4. Montrer que cet estimateur renvoie à l'application des moindres carrés sur un modèle transformé.

5. Donner l'expression de cet estimateur de $\boldsymbol{\gamma}$.

6. Montrer que cet estimateur est linéaire sans biais, de variance minimale parmi les estimateurs linéaires sans biais de $\boldsymbol{\gamma}$ (BLUE).

Exercice n°3

En considérant le modèle de régression multiple,

$$y_t = b_0 + b_1 x_{1t} + b_2 x_{2t} + \cdots + b_k x_{kt} + u_t, \quad t = 1, \ldots, T, \tag{5}$$

et les hypothèses habituelles, démontrer que le coefficient de détermination corrigé $\overline{R}^2$ s'écrit

$$\overline{R}^2 = R^2 - \frac{k\,(1 - R^2)}{T - (k+1)}. \tag{6}$$

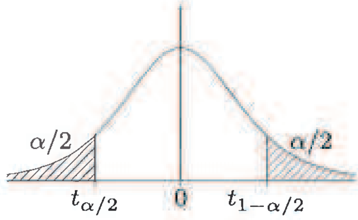
Commenter.

Loi de Student

Si T est une variable aléatoire suivant la loi de Student à ν degrés de liberté, la table donne, pour α fixé, la valeur $t_{1-\alpha/2}$ telle que

$$\mathbb{P}\{|T| \geqslant t_{1-\alpha/2}\} = \alpha.$$

Ainsi, $t_{1-\alpha/2}$ est le quantile d'ordre $1-\alpha/2$ de la loi de Student à ν degrés de liberté.

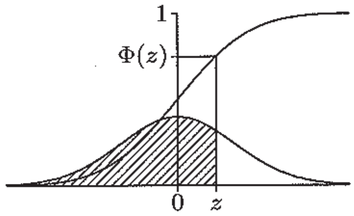


ν \ α	0,900	0,500	0,300	0,200	0,100	0,050	0,020	0,010	0,001
1	0,1584	1,0000	1,9626	3,0777	6,3138	12,7062	31,8205	63,6567	636,6193
2	0,1421	0,8165	1,3862	1,8856	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248	31,5991
3	0,1366	0,7649	1,2498	1,6377	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409	12,9240
4	0,1338	0,7407	1,1896	1,5332	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041	8,6103
5	0,1322	0,7267	1,1558	1,4759	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321	6,8688
6	0,1311	0,7176	1,1342	1,4398	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074	5,9588
7	0,1303	0,7111	1,1192	1,4149	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995	5,4079
8	0,1297	0,7064	1,1081	1,3968	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554	5,0413
9	0,1293	0,7027	1,0997	1,3830	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498	4,7809
10	0,1289	0,6998	1,0931	1,3722	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693	4,5869
11	0,1286	0,6974	1,0877	1,3634	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058	4,4370
12	0,1283	0,6955	1,0832	1,3562	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545	4,3178
13	0,1281	0,6938	1,0795	1,3502	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123	4,2208
14	0,1280	0,6924	1,0763	1,3450	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768	4,1405
15	0,1278	0,6912	1,0735	1,3406	1,7531	2,1314	2,6025	2,9467	4,0728
16	0,1277	0,6901	1,0711	1,3368	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208	4,0150
17	0,1276	0,6892	1,0690	1,3334	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982	3,9651
18	0,1274	0,6884	1,0672	1,3304	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784	3,9216
19	0,1274	0,6876	1,0655	1,3277	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609	3,8834
20	0,1273	0,6870	1,0640	1,3253	1,7247	2,0860	2,5280	2,8453	3,8495
21	0,1272	0,6864	1,0627	1,3232	1,7207	2,0796	2,5176	2,8314	3,8193
22	0,1271	0,6858	1,0614	1,3212	1,7171	2,0739	2,5083	2,8188	3,7921
23	0,1271	0,6853	1,0603	1,3195	1,7139	2,0687	2,4999	2,8073	3,7676
24	0,1270	0,6848	1,0593	1,3178	1,7109	2,0639	2,4922	2,7969	3,7454
25	0,1269	0,6844	1,0584	1,3163	1,7081	2,0595	2,4851	2,7874	3,7251
26	0,1269	0,6840	1,0575	1,3150	1,7056	2,0555	2,4786	2,7787	3,7066
27	0,1268	0,6837	1,0567	1,3137	1,7033	2,0518	2,4727	2,7707	3,6896
28	0,1268	0,6834	1,0560	1,3125	1,7011	2,0484	2,4671	2,7633	3,6739
29	0,1268	0,6830	1,0553	1,3114	1,6991	2,0452	2,4620	2,7564	3,6594
30	0,1267	0,6828	1,0547	1,3104	1,6973	2,0423	2,4573	2,7500	3,6460
40	0,1265	0,6807	1,0500	1,3031	1,6839	2,0211	2,4233	2,7045	3,5510
60	0,1262	0,6786	1,0455	1,2958	1,6706	2,0003	2,3901	2,6603	3,4602
80	0,1261	0,6776	1,0432	1,2922	1,6641	1,9901	2,3739	2,6387	3,4163
120	0,1259	0,6765	1,0409	1,2886	1,6577	1,9799	2,3578	2,6174	3,3735
∞	0,1257	0,6745	1,0364	1,2816	1,6449	1,9600	2,3263	2,5758	3,2905

Lorsque $\nu = \infty$, $t_{1-\alpha/2}$ est le quantile d'ordre $1-\alpha/2$ de la loi normale $\mathcal{N}(0,1)$.

LOI NORMALE $\mathcal{N}(0,1)$

Fonction de répartition de la loi Normale. — La fonction de répartition Φ de la loi Normale $\mathcal{N}(0,1)$ est définie par $\Phi(z) = \int_{-\infty}^{z} e^{-u^2/2}\, du/\sqrt{2\pi}$, $z \in \mathbb{R}$. Pour tout $z \in \mathbb{R}$, on a $\Phi(z) = 1 - \Phi(-z)$.



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

Exemples. — $\Phi(0{,}25) \approx 0{,}5987$, $\Phi(-0{,}32) = 1 - \Phi(0{,}32) \approx 1 - 0{,}6255 = 0{,}3745$.

Test de Durbin et Watson

Test unilatéral de $\rho = 0$ contre $\rho > 0$

(Valeurs critiques d_L^* et d_U^* pour un risque de première espèce $\alpha = 5\,\%$)

n	$k = 1$		$k = 2$		$k = 3$		$k = 4$		$k = 5$	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
15	1,08	1,36	0,95	1,54	0,82	1,75	0,69	1,97	0,56	2,21
16	1,10	1,37	0,98	1,54	0,86	1,73	0,74	1,93	0,62	2,15
17	1,13	1,38	1,02	1,54	0,90	1,71	0,78	1,90	0,67	2,10
18	1,16	1,39	1,05	1,53	0,93	1,69	0,82	1,87	0,71	2,06
19	1,18	1,40	1,08	1,53	0,97	1,68	0,86	1,85	0,75	2,02
20	1,20	1,41	1,10	1,54	1,00	1,68	0,90	1,83	0,79	1,99
21	1,22	1,42	1,13	1,54	1,03	1,67	0,93	1,81	0,83	1,96
22	1,24	1,43	1,15	1,54	1,05	1,66	0,96	1,80	0,86	1,94
23	1,26	1,44	1,17	1,54	1,08	1,66	0,99	1,79	0,90	1,92
24	1,27	1,45	1,19	1,55	1,10	1,66	1,01	1,78	0,93	1,90
25	1,29	1,45	1,21	1,55	1,12	1,66	1,04	1,77	0,95	1,89
26	1,30	1,46	1,22	1,55	1,14	1,65	1,06	1,76	0,98	1,88
27	1,32	1,47	1,24	1,56	1,16	1,65	1,08	1,76	1,01	1,86
28	1,33	1,48	1,26	1,56	1,18	1,65	1,10	1,75	1,03	1,85
29	1,34	1,48	1,27	1,56	1,20	1,65	1,12	1,74	1,05	1,84
30	1,35	1,49	1,28	1,57	1,21	1,65	1,14	1,74	1,07	1,83
31	1,36	1,50	1,30	1,57	1,23	1,65	1,16	1,74	1,09	1,83
32	1,37	1,50	1,31	1,57	1,24	1,65	1,18	1,73	1,11	1,82
33	1,38	1,51	1,32	1,58	1,26	1,65	1,19	1,73	1,13	1,81
34	1,39	1,51	1,33	1,58	1,27	1,65	1,21	1,73	1,15	1,81
35	1,40	1,52	1,34	1,58	1,28	1,65	1,22	1,73	1,16	1,80
36	1,41	1,52	1,35	1,59	1,29	1,65	1,24	1,73	1,18	1,80
37	1,42	1,53	1,36	1,59	1,31	1,66	1,25	1,72	1,19	1,80
38	1,43	1,54	1,37	1,59	1,32	1,66	1,26	1,72	1,21	1,79
39	1,43	1,54	1,38	1,60	1,33	1,66	1,27	1,72	1,22	1,79
40	1,44	1,54	1,39	1,60	1,34	1,66	1,29	1,72	1,23	1,79
45	1,48	1,57	1,43	1,62	1,38	1,67	1,34	1,72	1,29	1,78
50	1,50	1,59	1,46	1,63	1,42	1,67	1,38	1,72	1,34	1,77
55	1,53	1,60	1,49	1,64	1,45	1,68	1,41	1,72	1,38	1,77
60	1,55	1,62	1,51	1,65	1,48	1,69	1,44	1,73	1,41	1,77
65	1,57	1,63	1,54	1,66	1,50	1,70	1,47	1,73	1,44	1,77
70	1,58	1,64	1,55	1,67	1,52	1,70	1,49	1,74	1,46	1,77
75	1,60	1,65	1,57	1,68	1,54	1,71	1,51	1,74	1,49	1,77
80	1,61	1,66	1,59	1,69	1,56	1,72	1,53	1,74	1,51	1,77
85	1,62	1,67	1,60	1,70	1,57	1,72	1,55	1,75	1,52	1,77
90	1,63	1,68	1,61	1,70	1,59	1,73	1,57	1,75	1,54	1,78
95	1,64	1,69	1,62	1,71	1,60	1,73	1,58	1,75	1,56	1,78
100	1,65	1,69	1,63	1,72	1,61	1,74	1,59	1,76	1,57	1,78

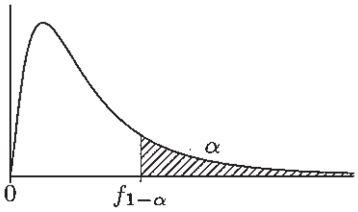
(n : nombre d'observations ; k : nombre de variables explicatives autres que la constante)

LOI DE FISHER–SNEDECOR ($\alpha = 0,05$)

Si F est une variable aléatoire suivant la loi de Fisher–Snedecor à (ν_1, ν_2) degrés de liberté, la table donne la valeur $f_{1-\alpha}$ telle que

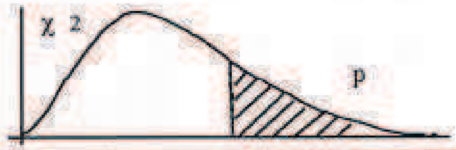
$$\mathbb{P}\{F \geqslant f_{1-\alpha}\} = \alpha = 0{,}05.$$

Ainsi, $f_{1-\alpha}$ est le quantile d'ordre $1 - \alpha = 0{,}95$ de la loi de Fisher–Snedecor à (ν_1, ν_2) degrés de liberté.



$\nu_2 \backslash \nu_1$	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	∞
1	161	200	216	225	230	234	239	242	246	248	250	254
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,85	8,79	8,70	8,66	8,62	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,96	5,86	5,80	5,75	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,74	4,62	4,56	4,50	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,06	3,94	3,87	3,81	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,64	3,51	3,44	3,38	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,35	3,22	3,15	3,08	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,14	3,01	2,94	2,86	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,98	2,85	2,77	2,70	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,85	2,72	2,65	2,57	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,75	2,62	2,54	2,47	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,77	2,67	2,53	2,46	2,38	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,60	2,46	2,39	2,31	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,54	2,40	2,33	2,25	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,49	2,35	2,28	2,19	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,45	2,31	2,23	2,15	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,41	2,27	2,19	2,11	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,38	2,23	2,16	2,07	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,35	2,20	2,12	2,04	1,84
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,30	2,15	2,07	1,98	1,78
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,25	2,11	2,03	1,94	1,73
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,22	2,07	1,99	1,90	1,69
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,29	2,19	2,04	1,96	1,87	1,65
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,16	2,01	1,93	1,84	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,08	1,92	1,84	1,74	1,51
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	2,03	1,87	1,78	1,69	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,10	1,99	1,84	1,75	1,65	1,39
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,95	1,79	1,70	1,60	1,32
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,03	1,93	1,77	1,68	1,57	1,28
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	1,94	1,83	1,67	1,57	1,46	1,00

TABLE DU CHI-DEUX : $\chi^2(n)$



n \ p	0.90	0.80	0.70	0.50	0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01
1	0,0158	0,0642	0,148	0,455	1,074	1,642	2,706	3,841	5,412	6,635
2	0,211	0,446	0,713	1,386	2,408	3,219	4,605	5,991	7,824	9,210
3	0,584	1,005	1,424	2,366	3,665	4,642	6,251	7,815	9,837	11,341
4	1,064	1,649	2,195	3,357	4,878	5,989	7,779	9,488	11,668	13,277
5	1,610	2,343	3,000	4,351	6,064	7,289	9,236	11,070	13,388	15,086
6	2,204	3,070	3,828	5,348	7,231	8,558	10,645	12,592	15,033	16,812
7	2,833	3,822	4,671	6,346	8,383	9,803	12,017	14,067	16,622	18,475
8	3,490	4,594	5,527	7,344	9,524	11,030	13,362	15,507	18,168	20,090
9	4,168	5,380	6,393	8,343	10,656	12,242	14,684	16,919	19,679	21,666
10	4,865	6,179	7,267	9,342	11,781	13,442	15,987	18,307	21,161	23,209
11	5,578	6,989	8,148	10,341	12,899	14,631	17,275	19,675	22,618	24,725
12	6,304	7,807	9,034	11,340	14,011	15,812	18,549	21,026	24,054	26,217
13	7,042	8,634	9,926	12,340	15,119	16,985	19,812	22,362	25,472	27,688
14	7,790	9,467	10,821	13,339	16,222	18,151	21,064	23,685	26,873	29,141
15	8,547	10,307	11,721	14,339	17,322	19,311	22,307	24,996	28,259	30,578
16	9,312	11,152	12,624	15,338	18,418	20,465	23,542	26,296	29,633	32,000
17	10,085	12,002	13,531	16,338	19,511	21,615	24,769	27,587	30,995	33,409
18	10,865	12,857	14,440	17,338	20,601	22,760	25,989	28,869	32,346	34,805
19	11,651	13,716	15,352	18,338	21,689	23,900	27,204	30,144	33,687	36,191
20	12,443	14,578	16,266	19,337	22,775	25,038	28,412	31,410	35,020	37,566
21	13,240	15,445	17,182	20,337	23,858	26,171	29,615	32,671	36,343	38,932
22	14,041	16,314	18,101	21,337	24,939	27,301	30,813	33,924	37,659	40,289
23	14,848	17,187	19,021	22,337	26,018	28,429	32,007	35,172	38,968	41,638
24	15,659	18,062	19,943	23,337	27,096	29,553	33,196	36,415	40,270	42,980
25	16,473	18,940	20,867	24,337	28,172	30,675	34,382	37,652	41,566	44,314
26	17,292	19,820	21,792	25,336	29,246	31,795	35,563	38,885	42,856	45,642
27	18,114	20,703	22,719	26,336	30,319	32,912	36,741	40,113	44,140	46,963
28	18,939	21,588	23,647	27,336	31,391	34,027	37,916	41,337	45,419	48,278
29	19,768	22,475	24,577	28,336	32,461	35,139	39,087	42,557	46,693	49,588
30	20,599	23,364	25,508	29,336	33,530	36,250	40,256	43,773	47,962	50,892

Pour n > 30, on peut admettre que $\sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2n-1} \approx N(0,1)$