

UNIVERSITE PARIS 2 PANTHEON-ASSAS

Session	Septembre 2019
Année d'étude	Troisième année de licence économie-gestion mention sciences économiques
Discipline	Statistique 5
Titulaire du cours	Mme Morhaim
Durée	1h30
Documents et matériel autorisé	la calculatrice est autorisée

Toute affirmation doit être justifiée.

Exercice 1

- 1) 1a) Soit X une variable aléatoire dont la loi P_θ dépend du paramètre θ , avec $\theta \in \Theta \subset \mathbb{R}$. Quand dit-on que la loi P_θ est à rapport de vraisemblance monotone ?
1b) La loi normale $\mathcal{N}(m, \sigma)$ d'écart-type σ connu fixé et de paramètre la moyenne m est-elle une loi à rapport de vraisemblance monotone ?

Exercice 2

Une entreprise souhaite tester la résistance des élastiques fournis par l'un de ses sous-traitants. Si moins de 8% des élastiques fournis par ce sous-traitant ne sont pas de la qualité requise, elle continuera à travailler avec ce sous-traitant, sinon, elle devra changer de sous-traitant. On teste un échantillon aléatoire et indépendant de $n = 120$ élastiques prélevés dans ceux que ce sous-traitant lui fournit. On modélise le problème à l'aide des variables aléatoires $X_i, i = 1, \dots, n$, telles que $X_i = 0$ si le i ème élastique prélevé est résistant et $X_i = 1$ si le i ème élastique prélevé n'est pas résistant. On note p la probabilité que $X_i = 1$.

- 1) Ecrire la vraisemblance de l'échantillon en fonction de p .
2) On considère le test $\begin{cases} (H_0) \\ (H_1) \end{cases}$. Définir les risques α et β respectivement de 1ère et de 2ème espèce.
3) On considère dans un premier temps que la proportion est soit égale à 0,08, soit égale à 0,10.
3a) On choisit l'hypothèse $p = 0,08$ comme hypothèse de base. Formaliser (écrire) le problème.
3b) Construire la région critique du test d'après la règle de Neyman-Pearson, pour un échantillon de taille $n = 120$ au risque de 1ère espèce $\alpha = 0,05$.
3c) Que concluez-vous si dans l'échantillon 9% des pièces n'étaient pas résistantes ?
3d) Calculer le risque β de 2ème espèce.
4) On considère le test $\begin{cases} (H_0) & p = 0,08 \\ (H_1) & p > 0,08 \end{cases}$
4a) Quelle est la région critique au sens de Neyman-Pearson au risque de 1ère espèce $\alpha = 0,05$?
4b) Ce test est-il UPP ?
5) On considère le test $\begin{cases} (H_0) & p \leq 0,08 \\ (H_1) & p > 0,08 \end{cases}$
5a) Contre quel risque se protège-t-on alors en priorité ?
5b) Énoncer le théorème de Lehmann.

Exercice 3

On a relevé le montant mensuel (en euros) des dépenses pour l'entretien d'un bien pour un échantillon de clients. Donner une estimation ponctuelle de la moyenne et de l'écart-type de cette variable dans la population. Tester au seuil 0,05, à l'aide d'un test du khi-deux, l'ajustement à une loi normale dont les paramètres sont ceux estimés précédemment.

dépense (en euros)	[0,240[[240,420[[420,840[[840,1120[[1120,1680[[1680,1980[
nombre de clients	4	22	34	38	14	8

LOI BINOMIALE. — Fonction cumulative $P_k = \sum_{i=0}^k C_n^i p^i (1-p)^{n-i}$

Taille de l'échantillon	k	p = 1%	p = 2%	p = 3%	p = 4%	p = 5%	p = 6%	p = 7%	p = 8%	p = 9%	p = 10%	p = 20%	p = 30%	p = 40%	p = 50%
N = 5	0	0,951 0	0,903 9	0,858 7	0,815 3	0,773 8	0,733 9	0,695 7	0,659 1	0,624 0	0,590 5	0,327 7	0,168 1	0,077 8	0,031 3
	1	0,998 0	0,996 2	0,991 5	0,985 2	0,977 4	0,968 1	0,957 5	0,946 0	0,932 6	0,918 5	0,737 3	0,528 2	0,337 0	0,187 5
	2	1	1	0,999 7	0,999 4	0,998 8	0,998 0	0,996 9	0,995 5	0,993 7	0,991 4	0,942 1	0,836 9	0,682 6	0,500 0
	3	1	1	1	1	1	1	0,999 9	0,999 8	0,999 7	0,999 5	0,993 3	0,969 2	0,913 0	0,812 5
	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,999 7	0,997 6	0,989 8	0,968 7
	5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
N = 10	0	0,904 4	0,817 1	0,737 4	0,664 8	0,598 7	0,538 6	0,484 0	0,434 4	0,389 4	0,348 7	0,107 4	0,028 2	0,006 0	0,001 0
	1	0,995 7	0,983 8	0,965 5	0,941 8	0,913 9	0,882 4	0,848 3	0,812 1	0,774 6	0,736 1	0,375 8	0,149 3	0,046 4	0,007 7
	2	0,999 9	0,999 1	0,997 2	0,993 8	0,988 5	0,981 2	0,971 7	0,959 9	0,946 0	0,929 8	0,677 8	0,382 8	0,167 3	0,054 7
	3	1	1	0,999 9	0,999 6	0,999 0	0,998 0	0,996 4	0,994 2	0,991 2	0,987 2	0,879 1	0,649 6	0,382 3	0,171 9
	4	1	1	1	1	0,999 9	0,999 8	0,999 7	0,999 4	0,999 0	0,998 4	0,967 2	0,849 7	0,633 1	0,377 0
	5	1	1	1	1	1	1	1	1	0,999 9	0,999 9	0,993 6	0,952 7	0,833 8	0,623 0
	6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,999 1	0,989 4	0,945 2	0,828 1
	7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,999 9	0,998 4	0,987 7	0,945 3
	8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,999 9	0,999 9	0,998 3	0,989 3
	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,999 9	0,999 9	0,999 0
	10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
N = 15	0	0,860 1	0,738 6	0,633 3	0,542 1	0,463 3	0,395 3	0,336 7	0,286 3	0,243 0	0,205 9	0,035 2	0,004 7	0,000 5	0,000 0
	1	0,990 4	0,964 7	0,927 0	0,880 9	0,829 0	0,773 8	0,716 8	0,659 7	0,603 5	0,549 0	0,167 1	0,035 3	0,005 2	0,000 5
	2	0,999 6	0,997 0	0,990 6	0,979 7	0,963 8	0,942 9	0,917 1	0,887 0	0,853 1	0,815 9	0,398 0	0,126 8	0,027 1	0,003 7
	3	1	0,999 8	0,999 2	0,997 6	0,984 5	0,989 6	0,982 5	0,972 7	0,960 1	0,944 5	0,648 2	0,296 9	0,090 5	0,017 6
	4	1	1	0,999 9	0,999 8	0,999 4	0,998 6	0,997 2	0,995 0	0,991 8	0,987 3	0,835 8	0,515 5	0,217 3	0,059 2
	5	1	1	1	1	1	0,999 9	0,999 7	0,999 3	0,998 7	0,997 8	0,938 9	0,721 6	0,403 2	0,150 9
	6	1	1	1	1	1	1	1	0,999 9	0,999 9	0,999 7	0,981 9	0,868 9	0,609 8	0,303 6
	7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,995 8	0,950 0	0,786 9	0,500 0
	8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,999 2	0,984 8	0,905 0	0,696 4
	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,999 9	0,996 3	0,966 2	0,849 1
	10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,999 3	0,990 7	0,940 8
	11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,999 9	0,998 1	0,982 4
	12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,999 7	0,996 3	0,984 4
	13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,999 5	0,999 5
	14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	

Taille de l'échantillon	k	p = 1%	p = 2%	p = 3%	p = 4%	p = 5%	p = 6%	p = 7%	p = 8%	p = 9%	p = 10%	p = 20%	p = 30%	p = 40%	p = 50%
N = 20	0	0,817 9	0,667 6	0,543 8	0,442 0	0,358 5	0,290 1	0,234 2	0,188 7	0,151 6	0,121 6	0,011 5	0,000 8	—	—
	1	0,983 1	0,940 1	0,880 2	0,810 3	0,735 8	0,660 5	0,586 9	0,516 9	0,451 6	0,391 7	0,069 2	0,007 6	0,000 5	—
	2	0,999 0	0,992 9	0,979 9	0,956 1	0,924 5	0,885 0	0,839 0	0,787 9	0,733 4	0,676 9	0,206 1	0,035 5	0,003 6	0,000 2
	3	1	0,999 4	0,997 3	0,992 6	0,984 1	0,971 0	0,952 9	0,929 4	0,900 7	0,867 0	0,411 4	0,107 1	0,016 0	0,001 3
	4	1	1	0,999 7	0,999 0	0,997 4	0,994 4	0,989 3	0,981 7	0,971 0	0,956 8	0,629 6	0,237 5	0,051 0	0,005 9
	5	1	1	1	0,999 9	0,999 7	0,999 1	0,998 1	0,996 2	0,993 2	0,988 7	0,804 2	0,416 4	0,125 6	0,020 7
	6	1	1	1	1	0,999 9	0,999 7	0,999 1	0,998 1	0,996 2	0,993 2	0,988 7	0,804 2	0,416 4	0,125 6
	7	1	1	1	1	1	1	1	1	0,999 9	0,999 8	0,999 6	0,967 9	0,772 3	0,415 9
	8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,999 9	0,990 0	0,886 7	0,595 6
	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,997 4	0,952 0	0,755 3	0,411 9
	10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,999 4	0,982 9	0,872 5	0,588 1
	11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,999 9	0,994 9	0,943 5	0,748 3
	12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,998 7	0,979 0	0,868 4
	13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,999 7	0,993 5	0,942 3
	14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,998 4	0,979 3
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,999 7	0,994 1	
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,998 7	
17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,999 8	
18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	

(suite)

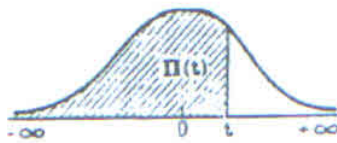
Taille de l'échantillon	k	p = 1%	p = 2%	p = 3%	p = 4%	p = 5%	p = 6%	p = 7%	p = 8%	p = 9%	p = 10%	p = 20%	p = 30%	p = 40%	p = 50%	
N = 30	0	0,739 7	0,545 5	0,401 0	0,293 9	0,214 6	0,156 3	0,113 4	0,082 0	0,059 1	0,042 4	0,001 2	0,000 0	—	—	
	1	0,963 9	0,879 4	0,773 1	0,661 2	0,553 5	0,455 5	0,369 4	0,295 8	0,234 3	0,183 7	0,010 5	0,000 3	—	—	
	2	0,996 7	0,978 3	0,939 9	0,883 1	0,812 2	0,732 4	0,648 8	0,565 4	0,485 5	0,411 4	0,044 2	0,002 1	0,000 0	—	—
	3	0,999 8	0,997 1	0,988 1	0,969 4	0,939 2	0,897 4	0,845 0	0,784 2	0,717 5	0,647 4	0,122 7	0,009 3	0,000 3	—	—
	4	0,999 9	0,999 6	0,998 2	0,993 7	0,984 4	0,968 5	0,944 7	0,912 6	0,872 3	0,824 5	0,255 2	0,030 2	0,001 5	0,000 0	—
	5	1	1	1	0,999 7	0,996 9	0,992 1	0,983 8	0,970 7	0,951 9	0,926 8	0,427 5	0,076 6	0,005 7	0,000 2	—
	6				0,999 9	0,999 4	0,998 3	0,996 0	0,991 8	0,984 8	0,974 2	0,607 0	0,159 5	0,017 2	0,000 7	—
	7				1	0,999 9	0,999 7	0,999 2	0,998 0	0,995 9	0,992 2	0,760 8	0,281 4	0,043 5	0,002 6	—
	8				1	1	0,999 9	0,999 6	0,999 0	0,998 0	0,998 0	0,871 3	0,431 5	0,094 0	0,008 1	—
	9				1	1	1	0,999 9	0,999 8	0,999 5	0,999 5	0,938 9	0,588 8	0,176 3	0,021 4	—
	10				1	1	1	1	1	0,999 9	0,999 9	0,974 4	0,730 4	0,291 5	0,049 4	—
	11				1	1	1	1	1	1	1	0,990 5	0,840 7	0,431 1	0,100 2	—
	12				1	1	1	1	1	1	1	0,996 9	0,915 5	0,578 5	0,180 8	—
	13				1	1	1	1	1	1	1	0,999 1	0,959 9	0,714 5	0,292 3	—
	14				1	1	1	1	1	1	1	0,999 8	0,983 1	0,824 6	0,427 8	—
	15				1	1	1	1	1	1	1	1	0,993 6	0,902 9	0,572 2	—
	16				1	1	1	1	1	1	1	0,997 9	0,951 9	0,707 7	—	—
	17				1	1	1	1	1	1	1	0,999 4	0,979 8	0,819 2	—	—
	18				1	1	1	1	1	1	1	0,999 8	0,991 7	0,899 8	—	—
	19				1	1	1	1	1	1	1	0,997 1	0,950 6	—	—	—
20				1	1	1	1	1	1	1	0,999 1	0,978 6	—	—	—	
21				1	1	1	1	1	1	1	0,999 8	0,991 9	—	—	—	
22				1	1	1	1	1	1	1	0,997 4	—	—	—	—	
23				1	1	1	1	1	1	1	0,999 3	—	—	—	—	
24				1	1	1	1	1	1	1	0,999 8	—	—	—	—	
25				1	1	1	1	1	1	1	1	—	—	—	—	
26				1	1	1	1	1	1	1	1	—	—	—	—	
27				1	1	1	1	1	1	1	1	—	—	—	—	
28				1	1	1	1	1	1	1	1	—	—	—	—	
29				1	1	1	1	1	1	1	1	—	—	—	—	
30				1	1	1	1	1	1	1	1	—	—	—	—	

Taille de l'échantillon	k	p = 1%	p = 2%	p = 3%	p = 4%	p = 5%	p = 6%	p = 7%	p = 8%	p = 9%	p = 10%	p = 20%	p = 30%	p = 40%	p = 50%	
N = 50	0	0,605 0	0,364 2	0,218 1	0,129 9	0,076 9	0,045 3	0,026 6	0,015 5	0,009 0	0,005 2	—	—	—	—	
	1	0,910 6	0,735 8	0,555 3	0,400 5	0,279 4	0,190 0	0,126 5	0,082 7	0,053 2	0,033 8	0,000 2	—	—	—	
	2	0,986 2	0,921 6	0,810 8	0,676 7	0,540 5	0,416 2	0,310 8	0,226 0	0,160 5	0,111 7	0,001 3	—	—	—	
	3	0,998 4	0,982 2	0,937 2	0,860 9	0,760 4	0,647 3	0,532 7	0,425 3	0,330 3	0,250 3	0,005 7	0,000 0	—	—	
	4	0,999 9	0,996 8	0,983 2	0,951 0	0,896 4	0,820 6	0,729 0	0,629 0	0,527 7	0,431 2	0,018 5	0,000 2	—	—	
	5	1	0,999 5	0,996 3	0,985 0	0,962 2	0,922 4	0,865 0	0,791 9	0,707 2	0,616 1	0,048 0	0,000 7	—	—	
	6		0,999 9	0,999 3	0,996 4	0,988 2	0,971 1	0,941 7	0,898 1	0,840 4	0,770 2	0,103 4	0,002 5	0,000 0	—	—
	7		1	0,999 9	0,999 2	0,996 8	0,990 6	0,978 0	0,956 2	0,923 2	0,877 9	0,190 4	0,007 3	0,000 1	—	—
	8			1	0,999 9	0,999 2	0,996 8	0,990 6	0,978 0	0,956 2	0,923 2	0,942 1	0,307 3	0,018 3	0,000 2	—
	9				1	0,999 9	0,999 2	0,997 8	0,994 4	0,987 5	0,975 5	0,443 7	0,040 2	0,000 8	—	—
	10				1	0,999 9	0,999 8	0,999 4	0,999 3	0,995 7	0,990 6	0,583 6	0,080 9	0,002 2	—	—
	11				1	1	0,999 8	0,999 4	0,999 3	0,998 7	0,996 8	0,710 7	0,139 0	0,005 7	0,000 0	—
	12				1	1	1	0,999 9	0,999 5	0,999 6	0,999 0	0,813 9	0,222 9	0,013 3	0,000 2	—
	13				1	1	1	1	0,999 9	0,999 6	0,999 0	0,889 4	0,327 9	0,028 0	0,000 5	—
	14				1	1	1	1	1	0,999 9	0,999 9	0,939 3	0,446 8	0,054 0	0,001 3	—
	15				1	1	1	1	1	1	1	0,969 2	0,569 2	0,095 5	0,003 3	—
	16				1	1	1	1	1	1	1	0,985 6	0,683 9	0,156 1	0,007 7	—
	17				1	1	1	1	1	1	1	0,993 7	0,782 2	0,236 9	0,016 4	—
	18				1	1	1	1	1	1	1	0,997 5	0,859 4	0,335 6	0,032 5	—
	19				1	1	1	1	1	1	1	0,999 1	0,915 2	0,446 5	0,059 5	—
20				1	1	1	1	1	1	1	0,999 7	0,952 2	0,561 0	0,101 3	—	
21				1	1	1	1	1	1	1	0,999 9	0,974 9	0,670 1	0,161 1	—	
22				1	1	1	1	1	1	1	1	0,987 7	0,766 0	0,239 9	—	
23				1	1	1	1	1	1	1	0,994 4	0,843 8	0,335 9	—	—	
24				1	1	1	1	1	1	1	0,997 6	0,902 2	0,443 9	—	—	
25				1	1	1	1	1	1	1	0,999 1	0,942 7	0,556 1	—	—	
26				1	1	1	1	1	1	1	0,999 7	0,968 6	0,664 1	—	—	
27				1	1	1	1	1	1	1	0,999 9	0,984 0	0,760 1	—	—	
28				1	1	1	1	1	1	1	1	0,992 4	0,838 2	—	—	
29				1	1	1	1	1	1	1	0,996 6	0,898 7	—	—	—	
30				1	1	1	1	1	1	1	0,998 6	0,940 5	—	—	—	
31				1	1	1	1	1	1	1	0,999 5	0,967 5	—	—	—	
32				1	1	1	1	1	1	1	0,999 8	0,983 6	—	—	—	
33				1	1	1	1	1	1	1	0,999 9	0,992 3	—	—	—	
34				1	1	1	1	1	1	1	0,996 7	—	—	—	—	
35				1	1	1	1	1	1	1	0,998 7	—	—	—	—	
36				1	1	1	1	1	1	1	0,999 5	—	—	—	—	
37				1	1	1	1	1	1	1	0,999 8	—	—	—	—	
38				1	1	1	1	1	1	1	1	—	—	—	—	

(suite)

K	$\lambda = 19$	$\lambda = 20$	$\lambda = 21$	$\lambda = 22$	$\lambda = 23$	$\lambda = 24$	$\lambda = 25$
4	—	—	—	—	—	—	—
5	0,001	0,001	—	—	—	—	—
6	0,002	0,002	—	—	—	—	—
7	0,004	0,005	0,001	0,001	—	—	—
8	0,009	0,011	0,006	0,002	0,001	0,001	0,001
9	0,018	0,021	0,013	0,008	0,004	0,003	0,003
10	0,035	0,043	0,025	0,015	0,009	0,005	0,005
11	0,061	0,072	0,043	0,028	0,017	0,011	0,006
12	0,098	0,105	0,072	0,048	0,031	0,020	0,012
13	0,150	0,157	0,111	0,077	0,052	0,034	0,022
14	0,215	0,221	0,163	0,117	0,082	0,056	0,038
15	0,292	0,297	0,227	0,169	0,123	0,087	0,060
16	0,378	0,381	0,302	0,232	0,175	0,128	0,092
17	0,469	0,470	0,384	0,306	0,238	0,180	0,134
18	0,561	0,559	0,471	0,387	0,310	0,243	0,185
19	0,647	0,644	0,558	0,472	0,389	0,314	0,247
20	0,725	0,721	0,640	0,556	0,472	0,392	0,318
21	0,793	0,787	0,716	0,637	0,555	0,473	0,394
22	0,849	0,843	0,782	0,712	0,635	0,554	0,473
23	0,893	0,888	0,838	0,777	0,708	0,631	0,553
24	0,927	0,922	0,883	0,832	0,772	0,704	0,629
25	0,951	0,948	0,917	0,877	0,827	0,768	0,700
26	0,969	0,966	0,944	0,913	0,873	0,823	0,763
27	0,980	0,978	0,963	0,940	0,918	0,868	0,810
28	0,988	0,987	0,976	0,959	0,936	0,904	0,863
29	0,993	0,992	0,985	0,973	0,956	0,932	0,900
30	0,996	0,995	0,991	0,983	0,971	0,953	0,929
31	0,998	0,997	0,994	0,989	0,981	0,968	0,950
32	0,999	0,999	0,997	0,994	0,988	0,979	0,966
33	1,000	1,000	0,998	0,996	0,993	0,987	0,978
34	—	—	—	—	—	—	—
35	—	—	—	—	—	—	—
36	—	—	—	—	—	—	—
37	—	—	—	—	—	—	—
38	—	—	—	—	—	—	—
39	—	—	—	—	—	—	—
40	—	—	—	—	—	—	—
41	—	—	—	—	—	—	—
42	—	—	—	—	—	—	—
43	—	—	—	—	—	—	—

K	$\lambda = 10$	$\lambda = 11$	$\lambda = 12$	$\lambda = 13$	$\lambda = 14$	$\lambda = 15$	$\lambda = 16$	$\lambda = 17$	$\lambda = 18$
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
2	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
3	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004
4	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007
5	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010
6	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013
7	0,017	0,017	0,017	0,017	0,017	0,017	0,017	0,017	0,017
8	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020
9	0,023	0,023	0,023	0,023	0,023	0,023	0,023	0,023	0,023
10	0,027	0,027	0,027	0,027	0,027	0,027	0,027	0,027	0,027
11	0,030	0,030	0,030	0,030	0,030	0,030	0,030	0,030	0,030
12	0,034	0,034	0,034	0,034	0,034	0,034	0,034	0,034	0,034
13	0,038	0,038	0,038	0,038	0,038	0,038	0,038	0,038	0,038
14	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042
15	0,046	0,046	0,046	0,046	0,046	0,046	0,046	0,046	0,046
16	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050
17	0,054	0,054	0,054	0,054	0,054	0,054	0,054	0,054	0,054
18	0,058	0,058	0,058	0,058	0,058	0,058	0,058	0,058	0,058
19	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062
20	0,066	0,066	0,066	0,066	0,066	0,066	0,066	0,066	0,066
21	0,070	0,070	0,070	0,070	0,070	0,070	0,070	0,070	0,070
22	0,074	0,074	0,074	0,074	0,074	0,074	0,074	0,074	0,074
23	0,078	0,078	0,078	0,078	0,078	0,078	0,078	0,078	0,078
24	0,082	0,082	0,082	0,082	0,082	0,082	0,082	0,082	0,082
25	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086
26	0,090	0,090	0,090	0,090	0,090	0,090	0,090	0,090	0,090
27	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094	0,094
28	0,098	0,098	0,098	0,098	0,098	0,098	0,098	0,098	0,098
29	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102
30	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106
31	0,110	0,110	0,110	0,110	0,110	0,110	0,110	0,110	0,110
32	0,114	0,114	0,114	0,114	0,114	0,114	0,114	0,114	0,114
33	0,118	0,118	0,118	0,118	0,118	0,118	0,118	0,118	0,118
34	0,122	0,122	0,122	0,122	0,122	0,122	0,122	0,122	0,122
35	0,126	0,126	0,126	0,126	0,126	0,126	0,126	0,126	0,126
36	0,130	0,130	0,130	0,130	0,130	0,130	0,130	0,130	0,130



Fonction de répartition
de la loi de Laplace-Gauss

Probabilité d'une valeur inférieure à t :

$$\pi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-t^2/2} dt.$$

t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7290	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9779	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

Table pour les grandes valeurs de t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(t)$	0,99865	0,99904	0,99931	0,99952	0,99966	0,99976	0,99984	0,999928	0,999968	0,999997

Nota. — La table donne les valeurs de $\Pi(t)$ pour t positif. Lorsque t est négatif il faut prendre le complément à l'unité de la valeur lue dans la table.

Exemple : pour $t = -1,37$ $\Pi(t) = 0,9147$
pour $t = 1,37$ $\Pi(t) = 0,0853$

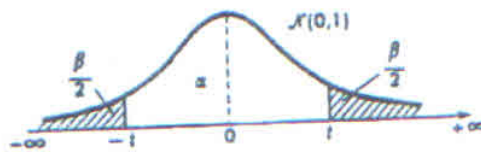
TABLE DE LA LOI NORMALE, CENTRÉE, RÉDUITE $\mathcal{N}(0,1)$
(DITE TABLE DE L'ÉCART-RÉDUIT)

La table donne la probabilité β pour que l'écart-réduit Z égale ou dépasse, en valeur absolue, une valeur donnée t , c'est-à-dire la probabilité extérieure à l'intervalle $(-t, +t)$.

$$\beta = 1 - \alpha$$

ou

$$\alpha = \Pr(-t \leq Z \leq +t)$$



$$\beta = 2[1 - \Pi(t)]$$

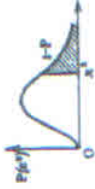
β	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	∞	2,576	2,326	2,170	2,064	1,960	1,881	1,812	1,751	1,695
0,10	1,645	1,598	1,555	1,514	1,476	1,440	1,405	1,372	1,341	1,311
0,20	1,282	1,254	1,227	1,200	1,175	1,150	1,126	1,103	1,080	1,058
0,30	1,036	1,015	0,994	0,974	0,954	0,935	0,915	0,896	0,878	0,860
0,40	0,842	0,824	0,806	0,789	0,772	0,755	0,739	0,722	0,706	0,690
0,50	0,674	0,659	0,643	0,628	0,613	0,598	0,583	0,568	0,553	0,539
0,60	0,524	0,510	0,496	0,482	0,468	0,454	0,440	0,426	0,412	0,399
0,70	0,385	0,372	0,358	0,345	0,332	0,319	0,305	0,292	0,279	0,266
0,80	0,253	0,240	0,228	0,215	0,202	0,189	0,176	0,164	0,151	0,138
0,90	0,126	0,113	0,100	0,088	0,075	0,063	0,050	0,038	0,025	0,013

La probabilité β s'obtient par addition des nombres inscrits en marge.

Ex : Pour $Z = 1,96$ la probabilité est $\beta = 0,00 + 0,05 = 0,05$.

TABLE POUR LES PETITES VALEURS DE β

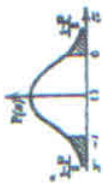
β	0,001	0,000 1	0,000 01	0,000 001	0,000 000 1	0,000 000 01	0,000 000 001
Z	3,290 53	3,890 39	4,417 17	4,891 64	5,326 72	5,730 73	6,109 41



LOI DU χ^2 . — Valeurs de χ^2 ayant la probabilité 1 - P d'être dépassées.

ν	0,995	0,990	0,975	0,950	0,900	0,80	0,70	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,025	0,010	0,005	0,001
1	0,000 2	0,000 2	0,001 0	0,003 9	0,015 8	0,064 2	0,148	0,455	1,07	1,64	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88	10,8
2	0,010 0	0,020 1	0,050 6	0,103 6	0,211	0,446	0,713	1,39	2,41	3,22	4,61	5,99	7,38	9,21	10,6	13,8
3	0,071 7	0,115	0,216	0,352	0,584	1,01	1,42	2,37	3,67	4,64	6,25	7,82	9,35	11,3	12,8	16,3
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,06	1,65	2,20	3,36	4,88	5,99	7,78	9,35	11,1	13,3	14,9	18,5
5	0,412	0,554	0,831	1,15	1,61	2,34	3,00	4,35	6,06	7,29	9,24	11,1	12,8	15,1	16,7	20,5
6	0,676	0,872	1,24	1,64	2,20	3,07	3,83	5,35	7,23	8,56	10,6	12,6	14,4	16,8	18,5	22,5
7	0,989	1,24	1,69	2,17	2,83	3,82	4,67	6,35	8,38	9,80	12,0	14,1	16,0	18,5	20,3	24,3
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	4,59	5,53	7,34	9,52	11,0	13,4	15,5	17,5	20,1	22,0	26,1
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	5,38	6,39	8,34	10,7	12,2	14,7	16,9	19,0	21,7	23,6	27,9
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	6,18	7,27	9,34	11,8	13,4	16,0	18,3	20,5	23,2	25,2	29,6
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	6,99	8,15	10,3	12,9	14,6	17,3	19,7	21,9	24,7	26,8	31,3
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	7,81	9,03	11,3	14,0	15,8	18,5	21,0	23,3	26,2	28,3	32,9
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	8,63	9,93	12,3	15,1	17,0	19,8	22,4	24,7	27,7	29,8	34,5
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	9,47	10,8	13,3	16,2	18,2	21,1	23,7	26,1	29,1	31,3	36,1
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	10,3	11,7	14,3	17,3	19,3	22,3	25,0	27,5	30,6	32,8	37,7
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	11,2	12,6	15,3	18,4	20,5	23,5	26,3	28,8	32,0	34,3	39,3
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,1	12,0	13,5	16,3	19,5	21,6	24,8	27,6	30,2	33,4	35,7	40,8
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,9	12,9	14,4	17,3	20,6	22,8	26,0	28,9	31,5	34,8	37,2	42,3
19	6,84	7,63	8,91	10,1	11,7	13,7	15,4	18,3	21,7	23,9	27,2	30,1	32,9	36,2	38,6	43,8
20	7,43	8,26	9,59	10,9	12,4	14,6	16,3	19,3	22,8	25,0	28,4	31,4	34,2	37,6	40,0	45,3
21	8,03	8,90	10,3	11,6	13,2	15,4	17,2	20,3	23,9	26,2	29,6	32,7	35,5	38,9	41,4	46,8
22	8,64	9,54	11,0	12,3	14,0	16,3	18,1	21,3	24,9	27,3	30,8	33,9	36,8	40,3	42,8	48,3
23	9,26	10,2	11,7	13,1	14,8	17,2	19,0	22,3	26,0	28,4	32,0	35,2	38,1	41,6	44,2	49,7
24	9,89	10,9	12,4	13,8	15,7	18,1	19,9	23,3	27,1	29,6	33,2	36,4	39,4	43,0	45,6	51,2
25	10,5	11,5	13,1	14,6	16,5	18,9	20,9	24,3	28,2	30,7	34,4	37,7	40,6	44,3	46,9	52,6
26	11,2	12,2	13,8	15,4	17,3	19,8	21,8	25,3	29,2	31,8	35,6	38,9	41,9	45,6	48,3	54,1
27	11,8	12,9	14,6	16,2	18,1	20,7	22,7	26,3	30,3	32,9	36,7	40,1	43,2	47,0	49,6	55,5
28	12,5	13,6	15,3	16,9	18,9	21,6	23,6	27,3	31,4	34,0	37,9	41,3	44,5	48,3	51,0	56,9
29	13,1	14,3	16,0	17,7	19,8	22,5	24,6	28,3	32,5	35,1	39,1	42,6	45,7	49,6	52,3	58,3
30	13,8	15,0	16,8	18,5	20,6	23,4	25,5	29,3	33,5	36,3	40,3	43,8	47,0	50,9	53,7	59,7

Observation. — Lorsque $\nu > 30$ on peut admettre que la quantité $\sqrt{\chi^2/\nu} - 1$ suit une loi normale réduite.

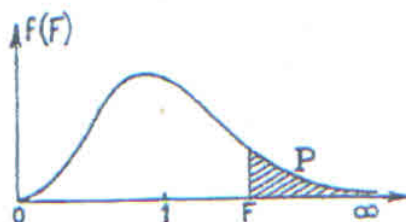


LOI DE STUDENT-FISCHER.
Valeurs (absolues) de t ayant la probabilité $1 - P$ d'être dépassées.

$1 - P$	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,767	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,929
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,260	0,396	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,258	0,392	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,257	0,392	0,534	0,689	0,863	1,071	1,337	1,746	2,120	2,581	2,921	4,013
17	0,128	0,257	0,392	0,534	0,688	0,862	1,069	1,333	1,740	2,110	2,552	2,898	3,963
18	0,127	0,257	0,391	0,533	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
19	0,127	0,257	0,391	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
20	0,127	0,257	0,391	0,532	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
21	0,127	0,257	0,391	0,532	0,686	0,859	1,063	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
22	0,127	0,256	0,390	0,532	0,686	0,858	1,061	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
23	0,127	0,256	0,390	0,532	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
24	0,127	0,256	0,390	0,531	0,685	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
25	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
26	0,127	0,256	0,389	0,531	0,684	0,856	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
27	0,127	0,256	0,389	0,531	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,048	2,467	2,763	3,674
28	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,462	2,756	3,656
29	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,312	1,699	2,045	2,457	2,750	3,646
30	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,312	1,697	2,042	2,451	2,750	3,646
40	0,126	0,255	0,388	0,529	0,681	0,851	1,050	1,311	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
80	0,126	0,254	0,387	0,527	0,679	0,848	1,046	1,310	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
120	0,126	0,254	0,386	0,526	0,677	0,845	1,041	1,303	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373
∞	0,126	0,253	0,385	0,524	0,674	0,842	1,036	1,296	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

TABLE DE DISTRIBUTION DE F
(Variable de Snedecor ou de Fisher)

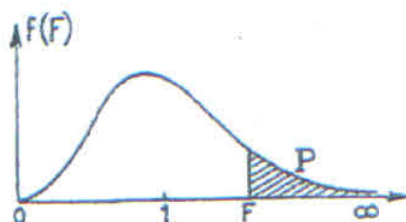
Valeurs de F ayant la probabilité $P = 0,05$ d'être dépassées ($F = s_1^2 / s_2^2$)



v_1	v_2											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	236,8	238,9	240,5	241,9	243,9	
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40	19,41	
3	1,013	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,74	
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91	
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,00	
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,57	
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,28	
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	
10	4,94	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91	
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,79	
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,69	
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,60	
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,53	
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,23	
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,20	
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,18	
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,16	
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15	
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20	2,13	
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12	
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,10	
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,09	
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,00	
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,92	
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,09	2,02	1,96	1,91	1,83	
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,75	

TABLE DE DISTRIBUTION DE F
(Variable de Snedecor ou de Fisher)

Valeurs de F ayant la probabilité $P = 0,05$ d'être dépassées ($F = s_1^2/s_2^2$)



v_1	v_2	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	1	245,9	248,0	249,1	250,1	251,1	252,2	253,3	254,3
2	2	19,43	19,45	19,45	19,46	19,47	19,48	19,49	19,50
3	3	8,70	8,66	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53
4	4	5,86	5,80	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66	5,63
5	5	4,62	4,56	4,53	4,50	4,46	4,43	4,40	4,36
6	6	3,94	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70	3,67
7	7	3,51	3,41	3,41	3,38	3,34	3,30	3,27	3,23
8	8	3,22	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97	2,93
9	9	3,01	2,94	2,90	2,86	2,83	2,79	2,75	2,71
10	10	2,85	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58	2,54
11	11	2,72	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45	2,40
12	12	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34	2,30
13	13	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,25	2,21
14	14	2,46	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	2,18	2,13
15	15	2,40	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	2,11	2,07
16	16	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01
17	17	2,31	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01	1,96
18	18	2,27	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97	1,92
19	19	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88
20	20	2,20	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84
21	21	2,18	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81
22	22	2,15	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78
23	23	2,13	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76
24	24	2,11	2,01	1,98	1,94	1,89	1,84	1,79	1,73
25	25	2,09	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,71
26	26	2,07	1,99	1,95	1,90	1,85	1,80	1,75	1,69
27	27	2,06	1,97	1,93	1,88	1,84	1,79	1,73	1,67
28	28	2,04	1,96	1,91	1,87	1,82	1,77	1,71	1,65
29	29	2,03	1,94	1,90	1,85	1,81	1,75	1,70	1,64
30	30	2,01	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68	1,62
40	40	1,92	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58	1,51
60	60	1,84	1,75	1,70	1,65	1,59	1,53	1,47	1,39
120	120	1,75	1,66	1,61	1,55	1,50	1,43	1,35	1,25
∞	∞	1,67	1,57	1,52	1,46	1,39	1,32	1,22	1,00