

Examen: Contrôle optimal

Professeur Jean Mercenier

Septembre 2019

Ni calculatrice ni documents autorisés.

Considérons le problème suivant du consommateur/investisseur représentatif d'une économie sans Etat :

$$\begin{aligned} & \text{Max}_{\{I(t)\}_0^\infty} \int_0^\infty e^{-\rho t} U(c(t)) dt \\ & \text{s.c. } f(k(t)) = c(t) + I(t) \\ & \quad \frac{dk(t)}{dt} = I(t) - \delta k(t) \\ & \quad k(0) = k_0; \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} k(t) = 0. \end{aligned}$$

Les fonctions $U(\cdot)$ et $f(\cdot)$ sont strictement concaves et l'état initial est stationnaire; on supposera de surcroît que $\lim_{k \rightarrow 0} f'(k) = \infty$ et $\lim_{k \rightarrow \infty} f'(k) = 0$.

- (a) Supposons l'introduction surprise, en t_0 , d'un Etat dont la consommation s'élève à $g(t) = \bar{g}$ et qui est intégralement financée par un impôt forfaitaire prélevé sur le secteur privé. Quel sera l'effet sur les choix du consommateur de ce changement d'environnement ?
- (b) L'hypothèse qu'un tel choc puisse être considéré comme une surprise semble peu réaliste. Supposons donc plutôt que l'introduction de cet Etat soit anticipé dès t_0 comme devant avoir lieu en $t_1 > t_0$. Quel sera l'effet sur les choix du consommateur de ce changement d'environnement ?

On demande dans les deux cas (a) et (b) la description de la trajectoire optimale dans le diagramme de phase, ainsi qu'une représentation dans le temps des variables c et k .

Jean Mercenier