Université PANTHEON-ASSAS (PARIS II)
Droit - Economie - Sciences Sociales

U.E.F. 2
4053

Assas

Session : Septembre 2019

Année d'étude : Première année de Master économie-gestion mention ingénierie économique et statistique

Discipline : Théorie des jeux appliquée (UEF 2)

Titulaire du cours : Mme Lucie Ménager

Documents : Calculatrice non scientifique autorisée, documents non autorisés.

Partie 1 : Les paniques bancaires (*10 points*)

On considère une population d'agents détenant chacun une unité d'un actif illiquide. Une unité de cet actif investie en $t = 0$ rapporte 1 (donc rien) si elle est liquidée en $t = 1$, et $R > 1$ si elle est liquidée en $t = 2$. Il y a deux types d'agents : les types 1, en proportion $\theta \in [0, 1]$, ne valorisent que la consommation en $t = 1$, et les types 2, en proportion $1 - \theta$, uniquement la consommation en $t = 2$. A la date 0, les agents ne savent pas leur type et investissent tous leur unité d'actif. A la date 1, ils apprennent s'ils sont de type 1 ou 2. Enfin, on suppose que la fonction d'utilité d'un agent de type $i = 1, 2$ est

$$U^i(C_1, C_2) = \begin{cases} u(C_1) & si\ i = 1 \\ u(C_2) & si\ i = 2 \end{cases}$$

avec $u''(c) \leq 0$. La fonction de bien-être social est $U(C_1, C_2) = \theta u(C_1) + (1 - \theta)u(C_2)$.

1. Donner deux interprétations possibles de la fonction de bien-être social.
2. Donner le niveau de bien-être social en autarcie, c'est-à-dire lorsqu'il n'y a ni marché financier, ni banque.
3. On suppose dans cette question qu'il existe un marché à terme, sur lequel les agents de type 1 peuvent acheter aux agents de type 2 des unités d'actifs en $t = 1$ au prix unitaire de p unités d'actif remboursées en $t = 2$.
   (a) Calculer la consommation à la date 1 d'un agent de type 1 qui achète l unités d'actifs à l'agent de type 2.
   (b) Calculer la consommation à la date 2 d'un agent de type 2 qui vend l unités d'actifs à l'agent de type 1.

(c) Déterminer le prix d'équilibre et le niveau de bien-être social.

(d) Commentez.

4. Supposons maintenant et pour le reste de l'exercice que $u(c) = 1 - \frac{1}{c}$, $R = 2$, et $\theta = 0.25$. Calculer le bien-être social en autarcie.

5. Calculer maintenant la valeur du bien-être social avec un actif hypothétique plus liquide tel qu'il rapporte 1.28 en $t = 1$ et 1.813 en $t = 2$. Commenter.

6. On suppose maintenant que les agents peuvent se coalitionner pour créer une banque coopérative. Les individus mettent en commun leur dotation au sein de la banque, qui investit dans l'actif, et s'engage à respecter le contrat de dépôt (r_1, r_2), où r_t est le nombre d'unités d'actifs qu'un individu peut retirer en t. Le but de la banque est de déterminer le (r_1^*, r_2^*) qui maximise le bien-être social.

   (a) Ecrire le programme de la banque.

   (b) Donner les deux conditions d'optimalité caractérisant r_1^* et r_2^*.

   On admet que $r_1^* > 1$ et $r_2^* < R$.

   (c) Expliquer par quel mécanisme le contrat optimal maximise le bien-être social.

   (d) Expliquer en quoi la banque crée de la liquidité en offrant le contrat (r_1^*, r_2^*).

   (e) Le jeu admet un équilibre de vérité, dans lequel les agents de type 2 retirent tout en $t = 2$, et un équilibre de panique, dans lequel les agents de type 2 tentent tous de retirer en $t = 1$. Expliquer les mécanismes de ces deux équilibres.

Partie 2 : Information publique et coordination (*10 points*)

Considérons un continuum d'investisseurs $[0, 1]$ devant choisir une action $a \in \mathbb{R}_+$ sur le marché. On note $a_i \in \mathbb{R}$ l'action choisie par l'investisseur i et $\bar{a} := \int_0^1 a_i$ la moyenne des actions. L'état fondamental de l'économie est représenté par le paramètre $\theta \in \mathbb{R}$. On suppose que le gain de l'investisseur i dépend 1) de son action, 2) de l'action moyenne, et 3) du fondamental de la manière suivante :

$$u(a_i, \bar{a}, \theta) = -(1 - r)(a_i - \theta)^2 - r(a_i - \bar{a})^2$$

où $r \in [0, 1]$.

Les investisseurs reçoivent deux types de signaux : un signal **privé** $x_i = \theta + \varepsilon_i$, avec $\varepsilon_i \simeq \mathcal{N}(0, \frac{1}{\beta})$, et un signal **public** $y = \theta + \eta$, avec $\eta \simeq \mathcal{N}(0, \frac{1}{\alpha})$. Les signaux privés sont indépendants et le signal public est connaissance commune.

1. Interpréter cette fonction d'utilité.

2. Quelle est l'action optimale (on rappelle que l'optimum est la situation qui maximise l'utilité moyenne).

3. Le gain espéré de i s'il joue a_i est $E_i[u_i(a_i, \bar{a}, \theta)] = -(1 - r)E[(a_i - \theta)^2] - rE[(a_i - \bar{a})^2]$. Donnez la meilleure réponse a_i^* de l'agent i face à l'action moyenne $\bar{a}$.

4. Morris et Shin (2002) montrent qu'à l'équilibre chaque investisseur joue

$$a_i^* = \frac{\beta(1 - r)}{\alpha + \beta(1 - r)} x_i + \frac{\alpha}{\alpha + \beta(1 - r)} y$$

   Interpréter.

5. Montrer que l'action moyenne est $\bar{a}^* = \frac{\beta(1-r)}{\alpha+\beta(1-r)}\theta + \frac{\alpha}{\alpha+\beta(1-r)} y$.

6. Montrer que les investisseurs surréagissent au signal public.