

Résoudre le problème suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Maximiser } f(x_1, x_2) = x_1 x_2 - x_1^2 - x_2^2 \\ 2x_1 + x_2 \geq 5 \\ x_2 \geq 3 \end{array} \right.$$

**Exercice 2**

On considère le problème de calcul des variations suivant:

$$\text{Maximiser } \int_0^2 ( -\dot{x}^2(t) - t^2 \dot{x}(t) - x^2(t) ) dt$$

$$x(0) = 2. \quad x(2) = 4$$

- a) Ecrire et résoudre l'équation d'Euler-Lagrange.
- b) Résoudre le problème.

**Exercice 3**

On considère le problème de contrôle optimal suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Maximiser } \int_0^T (-2x(t) - 3v^2(t))dt + x(T) \\ \dot{x}(t) = x(t) - 3v(t) \\ x(0) = 1, \quad v(t) \in \mathbb{R} \end{array} \right.$$

- a) Ecrire le Hamiltonien du problème.
- b) Ecrire l'équation adjointe, le principe du maximum de Pontryagin et la condition de transversalité.
- c) Ecrire le système d'équations différentielles et les conditions aux limites satisfaites par une trajectoire optimale et la variable adjointe associée.
- d) Résoudre le système.
- e) Résoudre le problème de contrôle optimal.
- f) Ecrire le problème initial sous forme d'un problème de calcul des variations (sans le résoudre).