Université Paris II
L2 Economie et Gestion

Mathématiques 4
Cours de Mme HAYEK

Septembre 2019 - 1h30

Les documents et les calculatrices ne sont pas autorisés.

Exercice 1
Soit A une matrice carrée d'ordre n, symétrique, définie positive.
a) Démontrer que A est inversible.
b) Soit B une matrice colonne $(n, 1)$. Démontrer que le système $AX = B$ admet une unique solution.

Exercice 2
Soit $a \in I\!R$. On considère la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ -1 & -1 & a \end{pmatrix}$$

a) Calculer les valeurs propres de A.
b) Pour quelles valeurs de a, peut-on déjà affirmer que A est diagonalisable dans $I\!R$?
c) On pose $a = 4$. A est-elle diagonalisable dans $I\!R$?
Si oui trouver une matrice diagonale D et des matrices de passage P et P^{-1} telles que $A = PDP^{-1}$.
d) On pose $a = 2$. A est-elle diagonalisable dans $I\!R$?
Si oui trouver une matrice diagonale D et des matrices de passage P et P^{-1} telles que $A = PDP^{-1}$..

Exercice 3
Etudier la convergence des séries de terme général u_n dans les cas suivants:
a) $u_n = \dfrac{(-1)^n}{7n}$, b) $u_n = \dfrac{n^n}{n!}$, c) $u_n = \dfrac{(-1)^n}{3n^4 + n^2 + 5n}$.

Exercice 4
$a)$ $y'(x) + y(x) = 2x + 5$, $y(0) = 2$.
$b)$ $2y''(x) + 4y'(x) + 2y(x) = e^{2x}$, $y(0) = 1/9$, $y'(0) = 0$.