Université Paris II — Mathématiques 1
L1 Economie et Gestion — Cours de Mme HAYEK

Septembre 2019. 1h30

Les documents et les calculatrices ne sont pas autorisés.

Exercice 1

On considère la fonction f d'une variable réelle définie par : $f(x) = 5\ln(x-1) - x^2 + 5$.

a) Quel est l'ensemble de définition D_f de f?

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln(x-1)}{x^2}$, $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

c) Montrer que f est strictement concave sur $]1, +\infty[$.

d) Etudier les extrema de f sur $]1, +\infty[$.

Exercice 2

Etudier les extrema des fonctions suivantes sur leur ensemble de définition:

a) $f(x) = x^3 - 12x + 4$

b) $f(x) = 3\ln(x+1) - x, \quad x > -1$.

Exercice 3

On considère la fonction f d'une variable réelle définie sur son ensemble de définition par :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x + \ln 6 - \ln(6 - x^2)}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 3 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

a) Quel est l'ensemble de définition de f ?

b)Calculer la limite de f quand x tend vers 0, f est elle continue en 0 ?

c) Montrer que f est dérivable pour $x \neq 0$ et calculer $f'(x)$ pour $x \neq 0$.

d) Montrer que f est dérivable en 0 en utilisant la définition. Que vaut donc $f'(0)$?

Exercice 4 On considère la fonction de deux variables f définie par:

$$f(x_1, x_2) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$$

a) Quel est l'ensemble de définition D_f de f?

b) Calculer les dérivées partielles de f sur $I\!R_+^* \times I\!R_+^*$.

c) Montrer que f n'est pas dérivable en $(0, 0)$.