

UNIVERSITE PANTHEON-ASSAS (Paris II)
Droit - Economie - Sciences Sociales
Assas

Session: Septembre 2019

Année d'étude: Troisième année de Licence économie-gestion
Mention économie et gestion
Parcours économie managériale et industrielle

Discipline: **Théorie des jeux et stratégie de l'entreprise**
(Unité d'enseignements fondamentaux 1)

Titulaire du cours: Mme Christine HALMENSCHLAGER

Attention: l'usage des calculettes - programmables ou non - smartphones, tablettes, etc ... n'est pas autorisé.

Il sera pris en considération dans la notation la qualité de la rédaction et de la présentation des copies.

Toute réponse devra être justifiée.

Exercice 1 - Une mise en bouche

Considérons la bi-matrice de paiements de deux jeux distincts:

		<i>Joueur 2</i>	
		<i>G</i>	<i>D</i>
<i>Joueur 1</i>	<i>H</i>	4 2	0 1
	<i>B</i>	1 0	2 3

		<i>Joueur 2</i>	
		<i>G</i>	<i>D</i>
<i>Joueur 1</i>	<i>H</i>	9 9	2 2
	<i>B</i>	2 2	2 2

1. Donner la(les) condition(s) selon la(les)quelle(s) une stratégie s_i domine *strictement* une stratégie s'_i d'un joueur i , la domine *faiblement*.

2. Donner la définition littéraire et mathématique d'un équilibre de Nash en stratégies pures.
3. Déterminer le(s) équilibre(s) de Nash en stratégies *pures* et *mixtes* pour chacun des ces deux jeux. Justifier vos réponses.

Exercice 2 - le lac aux glaciers

Considérons un lac aménagé pour la baignade parfaitement circulaire, de périmètre 1. Autour de ce lac, se répartissent uniformément des glaciers, notés i , au nombre de n . La distance entre chacun d'eux est donc $1/n$. Les baigneurs sont suffisamment nombreux pour être assimilés à un continuum de masse 1. Une quantité $D_i \in [0, 1]$ de baigneurs achète un cornet de glace chez le glacier i .

Nous effectuons deux hypothèses :

- les glaces des n glaciers ont la même qualité du point de vue des baigneurs; elles ne se différencient que par leur prix et la distance à parcourir chez l'un ou l'autre des glaciers. Nous supposons aussi que la saveur des glaces proposée et la météo estivale incitent tous les baigneurs du lac à se rendre chez l'un des glaciers;
- les n glaciers ont le même coût de production unitaire $c > 0$ par glace, et le même coût fixe d'installation autour du lac, $f > 0$.

Chaque baigneur est caractérisé par sa position autour du lac. Chaque distance d parcourue pour aller chez l'un des glaciers lui "coûte" $t \times d$ (temps passé à se déplacer, fatigue et effort etc.), où $t > 0$. De plus, la glace achetée chez le glacier i lui coûte monétairement p_i .

Chaque glacier i choisit le prix p_i proposé pour un cornet. Les choix des n glaciers sont simultanés.

1. Modéliser cette situation par un jeu sous forme normale.
2. Expliquer pourquoi un baigneur, situé à une distance x , avec $0 < x < \frac{1}{n}$, du glacier 1, a la désutilité suivante s'il lui achète une glace :

$$p_1 + tx$$

3. Expliquer pourquoi ce même baigneur a la désutilité suivante s'il achète une glace chez le glacier 2, situé à une distance $\frac{1}{n}$ du glacier 1 :

$$p_2 + t\left(\frac{1}{n} - x\right)$$

4. A quelle distance, notée \tilde{x} , du glacier 1 est situé un baigneur indifférent entre les deux glaciers 1 et 2?

5. On suppose que les deux rivaux d'un glacier i établissent le même prix p . En déduire $D_i(p_i, p)$, la demande adressée au glacier i et son profit correspondant.
6. Déterminer la fonction de meilleure réponse du glacier i au prix p de ses deux rivaux.
7. En déduire l'équilibre de Nash symétrique en prix, et le profit d'équilibre.
8. Déterminer le nombre de glaciers autour du lac et le prix d'équilibre de long terme correspondant.
9. Commenter : en particulier, quelle est l'influence des paramètres c et t sur les résultats de ce modèle.

Exercice 3 - le jeu de la Dame du Lac et de Lancelot du Lac

Dans ce jeu, qui oppose Dame du Lac (joueur 1) et Lancelot du Lac (joueur 2), Dame du Lac joue d'abord, en choisissant entre les actions G_1 et D_1 , et son choix est observé par Lancelot du Lac.

Si Dame du Lac choisit G_1 alors Lancelot du Lac peut jouer G_2 ou D_2 et l'interaction entre les deux joueurs prend fin dans les deux cas. Si Lancelot du Lac choisit D_2 alors les deux joueurs obtiennent 0. En revanche, si Lancelot du Lac choisit G_2 , alors il obtient 1 et Dame du Lac obtient 3.

Au contraire, si Dame du Lac choisit D_1 , alors les deux joueurs se retrouvent à jouer simultanément dans un jeu dont la bi-matrice des gains est la suivante :

		<i>Lancelot du Lac</i>	
		G'_2	D'_2
<i>Dame du Lac</i>	G'_1	2 3	0 2
	D'_1	0 1	1 0

1. Tracer la forme extensive du jeu.
2. Déterminer les stratégies pures de chaque joueur.
3. Déterminer l'ensemble des équilibres de Nash parfaits en sous-jeux dans le jeu entier.
4. Montrer qu'il existe un équilibre de Nash en stratégies pures dans le jeu entier où Lancelot du Lac obtient un gain égal à 3 (déterminer précisément cet équilibre). Expliquer pourquoi cet équilibre de Nash n'est pas parfait en sous-jeux.