Université Panthéon Assas, Sorbonne Universités.
Cours de Mr. le Professeur D. Gaumont, 2013 - 2014
L3 Analyse Economique,

1 Examen de Théorie des Jeux : durée 3 heures

Les calculatrices simples sont autorisées. Aucun autre document, aucun autre support ne peut être utilisé. Pas de walkman, ni de téléphone portable, d'ordinateur portable, de baladeur, de MP3, MP4 etc. Ces derniers sont éteints et placés dans les sacs le long du mur. Les tentatives de fraude sont sanctionnées comme les fraudes.

Les étudiants choisissent

1. soit la dissertation,
2. soit le sujet pratique qui comporte
   (a) les questions de cours,
   (b) les exercices.

En aucun cas ils ne traitent de la dissertation et du sujet pratique à la fois.

2 Dissertation

La théorie des jeux est elle une construction adaptée au monde réel ?

3 Sujet pratique

3.1 Questions de Cours (sur 10 points — temps estimé à maximum 60 minutes)

1. Rappeler la différence qui existe entre théorie des jeux non-coopérative et la théorie des jeux coopérative. (1 point)
2. Rappeler la différence qui existe entre les jeux avec information parfaite et les jeux avec information imparfaite. (2 points)
3. Qu'est-ce qu'un jeu à somme nulle ? (3 points).
4. Quelle est la définition d'un jeu séquentiel ? (4 points)

3.2 Exercice 1 : La bataille des sexes sur 6 points

On considère un couple de personne qui souhaite sortir au concert un soir. La première personne, Madame, préfère se rendre au concert de Bach, cependant que la seconde personne, Monsieur, préfère se rendre à Stravinsky. Toutefois, les deux sont d'accord pour préférer sortir ensemble plutôt que chacun séparément.

Si chacun sort seul, alors chacun reçoit un gain C. Si le couple sort ensemble, celui qui se rend au concert de son premier choix reçoit A unités de gain, cependant que l'autre ne reçoit que B unités de gain.

1. Montrer que ce jeu est un jeu stratégique. (0.5 point)
2. Ecrire la matrice des gains (0.5 point)
3. Quel est l'ensemble des équilibres de Nash en stratégies pures ? (1 point)
4. Quelle est la valeur de l'utilité de chaque joueur ? (0.5 point)
5. Quel est l'ensemble des équilibres de Nash en stratégies mixtes ? (1.5 point)
6. Quelle est la valeur des espérances d'utilités de chaque joueur ? (0.5 point)

- On suppose maintenant que les conjoints préfèrent tirer au sort avant de sortir ensemble. L'ensemble des états de la nature est du type $\Omega = \{x, y, z\}$. Madame dispose d'un ensemble d'information de la forme $P_1 = \{\{x\}\{y, z\}\}$. Monsieur dispose d'un ensemble d'information de la forme $P_2 = \{\{x, y\}\{z\}\}$. Les stratégies sont désormais définies comme suit : $\sigma_1(x) = B$ et $\sigma_1(y) = \sigma_1(z) = S$ et $\sigma_2(x) = \sigma_2(y) = B$ et $\sigma_2(z) = S$.

7. Comment s'appelle ce type d'équilibre ? (0.5 point)
8. Quelle est la valeur de l'espérance d'utilité de chaque joueur ? (0.5 point)
9. Interpréter économiquement vos résultats en comparant les questions précédentes entre elles. (0.5 point)

3.3 La grève avec revendication salariale sur 4 points

L'objectif de cet exercice est de montrer comment la théorie des jeux permet de comprendre l'issue de certains conflits. Il y a une firme F et un syndicat S. Le nombre d'employés de la firme est N.

— Le syndicat réclame une hausse de $\gamma\%$ de salaire. Il représente $n < N$ employés. Le syndicat a deux stratégies possibles. Soit faire grève (ne pas coopérer avec la direction de l'entreprise), soit ne pas faire grève (coopérer avec la direction de l'entreprise). Le syndicat reçoit une fraction δde la masse salariale syndiquée en cotisation syndicales. S'il décide de faire grève, les coûts pour le syndicat sont notés $g_S \in \mathbb{R}$ et pour la compagnie $g_F \in \mathbb{R}^+$.

— La firme vent au prix p $q(N)$ unités d'un bien. Par simplicité pour l'exercice on retient une fonction de production linéaire $q \times N$ si tous les employés travaillent et $q(N-n)$ si il y a n grévistes. L'entreprise a deux stratégies soit accorder cette hausse de salaire, et dans ce cas sa masse salariale devient $(1+\gamma)wN$, où w est le salaire des pilotes et N est ne nombre de pilotes de la compagnie. Soit ne pas coopérer et refuser la hausse salariale. Le coût de production est défini comme $1/2\,[q(N)]^2$ si tous les pilotes travaillent et $1/2\,[q(N-n)]^2$ en cas de grève. Dans ce qui suit, $A_F > B_F > C_F > D_F$. Les coûts salariaux sont $w \times N$ si tout les employés travaillent et $w \times (N-n)$ s'il y a n grévistes. Les jours de grèves ne sont pas payés, mais il est possible que le syndicat les financent, et c'est la raison pour laquelle $g_S \in \mathbb{R}$.

— L'information est parfaite.

1. Montrez qu'il s'agit d'un jeu stratégique fini. (0.25 point)
2. Ecrire A_F, B_F, C_F, D_F les gains de la compagnie (c'est-à-dire le profit) lorsque respectivement elle ne coopère pas alors que le syndicat de pilote coopère, elle coopére lorsque le syndicat de pilote coopère, elle ne coopère pas alors que le syndicat de pilote ne coopère pas et enfin elle coopère alors que le syndicat de pilote ne coopère pas. (1 point)
3. Ecrire A_S, B_S, D_S, C_S les gains de la firme lorsqu'elle coopère alors que le syndicat ne coopère pas, lorsqu'elle coopère alors que le syndicat de pilote coopère, elle ne coopère pas alors que le syndicat de pilote ne coopère pas et enfin elle ne coopère pas lors que le syndicat de pilote coopère. (1 point)
4. Quelle est la matrice des gains ? (0.5 point)
5. Montrez que les payoffs de la firme sont tels qu'elle joue un dilemme du prisonnier. (0.5 point)
6. A quelles conditions sur la revendication salariale γ le syndicat joue aussi un jeu de type dilemme du prisonnier ? (0.25 point)
7. Quelle est la solution du jeu en stratégie pure. (0.5 point)