

EXAMEN de rattrapage 2019 : cours de produits dérivés

On utilisera les notations suivantes :

T : représente une date fixe dans le future exprimée en nb d'année.

t_0 : représente l'instant présent en nb d'année, $t_0=0$

t : représente une date en nb d'année dans le future tel que $T \geq t \geq t_0$

K : représente le strike d'une option

S_t : représente la valeur d'une action S à l'instant t

On supposera que $S_{t_0}=100$

$C_t(K,T)$ représente le prix d'un Call de maturité T et de strike K écrit sur l'action S à l'instant t

$P_t(K,T)$ représente le prix d'un Put de maturité T et de strike K écrit sur l'action S à l'instant t

r : représente la valeur constante du taux d'intérêt sans risque

Exercice 1 « Le Put »:

- 1°) Exprimer le payoff en T correspondant à $P_T(K,T)$. Que devient cette expression lorsque $K=0$?
- 2°) Ecrire $P_{t0}(K,T)$ à l'aide d'une espérance mathématique. Que devient cette expression lorsque $K=0$?
- 3°) Tracer $P_T(K,T)$ en fonction de S_T . En ordonnée, on placera les valeurs de $P_T(K,T)$ et en abscisse les valeurs de l'action en T soit S_T .

Exercice 2 « Combinaison d'option » :

- 1°) Citer 2 combinaisons d'options permettant de réduire le prix d'un call. Tracer leurs payoffs.
- 2°) Classer ces combinaisons d'options en fonction de leur prix et justifier

Exercice 3 « Le levier » :

- 1°) Exprimer la notion de levier pour un Put
- 2°) on suppose que :
 $S_{t0}=100$ que le strike $K=150$
 $P_{t0}(K=150,T)=\text{valeur intrinsèque}+5$
 $\Delta_{t0}(K=150,T)=-100\%$
calculer le levier de cette stratégie?
- 3°) comment évolue le levier si la volatilité implicite augmente?

Exercice 4 (« le rendement ») :

- 1°) Exprimer la notion de rendement pour un investisseur possédant l'action
- 2°) imaginer une stratégie de rendement équivalente à « action-Call » à l'aide d'une obligation zéro-coupon et d'un Put (on se servira de la parité « call-put »)
- 3°) calculer le break-even de cette stratégie par rapport à un investisseur obligataire

Exercice 5 (« volatilité forward ») :

- 1°) Expliciter la notion de volatilité forward. Donner sa formule de calcul et établir un parallèle avec les taux et la notion de taux forward.

Exercice 6 (« greeks ») :

- 1°) expliciter les notions de delta, gamma, vega, théta et Rho.
- 2°) de quel signe est le rho d'un call ? justifier
- 3°) calculer le gamma d'un call en fonction du gamma d'un put

Exercice 7 (« volatilité ») :

- 1°) expliciter la notion de volatilité historique
- 2°) comment peut-on prendre en considération les + hauts/+ bas intraday ? les chocs à l'ouverture ?
- 3°) définir la volatilité implicite.
- 4°) expliciter la notion de smile. Justifier la présence de smile sur les actions.
- 5°) qu'est ce que la term structure ? comment devient la term-structure de volatilité après une crise ?

Exercice 8 (« stratégies options ») :

- 1°) tracer le payoff d'un straddle. A quoi sert cette option ?
- 2°) tracer le payoff d'un strangle. A quoi sert cette option ?
- 3°) tracer le payoff d'un butterfly. A quoi sert cette option ?
- 4°) tracer le payoff d'un calendar spread à échéance de l'option la plus courte en maturité. A quoi sert cette option ?