	UNIVERSITE PARIS 2 PANTHEON-ASSAS
Session	Mai 2019
Année d'étude	Première année de licence économie-gestion mention sciences économiques
Discipline	Mathématiques 2
Titulaire du cours	Mme Morhaim
Durée	1h30
Documents et matériel autorisés :	Aucun document n'est autorisé. La caculatrice n'est pas autorisée.

Toute affirmation doit être justifiée.

Exercice 1

On considère les ensembles suivants. Représenter chacun d'eux dans un repère orthonormé et préciser pour chacun d'eux s'il est ou non : ouvert, fermé, borné, compact, convexe.
a) $E_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / -2x + 5y - 8 \geq 0\}$
b) $E_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 20 \leq x^2 + y^2 + 4 < 29\}$

Exercice 2

1) Optimiser **par la méthode de Lagrange** la fonction $f(x, y) = 2x + y$ définie sur $\mathbb{R}^2$ sous la contrainte $x^2 - y^2 = 1$.
2) Que peut-on en déduire quant à l'optimisation de la fonction $f_1(x, y) = e^{2x+y}$ définie sur $\mathbb{R}^2$ sous la contrainte $x^2 - y^2 = 1$?

Exercice 3

1) Les suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de terme général suivant convergent-t-elles ?
a) $u_n = \frac{(-1)^n+2}{2n}$
b) $u_n = 2 \times (-1)^n + 1$
2) Donner le terme général des suites définies sur $\mathbb{N}$ par :
a) $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} - u_{n+1} - 12u_n = 0$
b) $\forall n \in \mathbb{N}, v_{n+2} - v_{n+1} - 12v_n = 2n + 1$

Exercice 4

1) Calculer $\int_1^2 2x^3(2x^4 + 8)^3 dx$ (on pourra utiliser le changement de variable $t = 2x^4 + 8$).
2) a) Soit a et b deux réels tels que $a > 1$ et $b \neq 0$. Calculer $\int_1^a \frac{x\ln(x)}{b} dx$ en fonction de a et b.
b) Rappeler la définition d'une densité sur un intervalle I de $\mathbb{R}$. La fonction $f(x) = \frac{x\ln(x)}{b} (b \neq 0)$ peut-elle être une densité sur $[1, 4]$?
On donne $\ln 2 = 0,6931$
c) Soit $k > 0$. La fonction f suivante peut-elle être une densité sur $\mathbb{R}$?

$$f(x) = \begin{cases} 2 + 7x & \text{si } x \in [0, 2k] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$