Université PANTHEON-ASSAS (PARIS II)
Droit - Economie - Sciences Sociales

U.E.F. 2
4053

Assas

Session : Mai 2019

Année d'étude : Première année de Master économie-gestion mention ingénierie économique et statistique

Discipline : Théorie des jeux appliquée (UEF 2)

Titulaire du cours : Mme Lucie Ménager

Documents : Calculatrice non scientifique autorisée, documents non autorisés.

Partie 1 : Réputation sur les marchés financiers (*10 points*)

Deux managers prennent la décision d'investir ou non dans un actif l'un après l'autre. La rentabilité de l'actif est inconnue, et décrite par un paramètre $\theta \in \{\theta_L, \theta_H\}$. L'actif n'est rentable que si $\theta = \theta_H$, et les managers ont une croyance a priori $P(\theta_L) = P(\theta_H) = 1/2$. Chaque manager reçoit un signal $S \in \{H, L\}$, dont la précision dépend du talent du manager. Un manager "smart" reçoit un signal informatif, dont la loi de distribution dépend de la rentabilité de l'actif de la manière suivante:

	θ_H	θ_L
$P_S(H \mid \theta)$	p	$1-p$
$P_S(L \mid \theta)$	$1-p$	p

avec $p > 1/2$. Un manager "dumb" reçoit un signal complètement non-informatif, dont la distribution ne dépend pas de la rentabilité de l'actif : $P_D(H \mid \theta_H) = P_D(H \mid \theta_L) = 1/2$.

Les managers ne connaissent pas leur talent, mais savent qu'ils ont une probabilité α d'être de type "smart", et $1-\alpha$ d'être de type "dumb". Enfin, on suppose que les signaux des agents de type "smart" sont parfaitement corrélés, au sens où deux managers "smart" reçoivent exactement le signal.

Le manager A est le premier à prendre sa décision, en se basant uniquement sur sa croyance a posteriori.

a) *Montrer que* $P(\theta_H \mid H) = \alpha p + (1-\alpha)\frac{1}{2}$.

b) *Montrer que* $P(\theta_H \mid L) = \alpha(1-p) + (1-\alpha)\frac{1}{2}$.

c) *Sachant que le manager A investit si et seulement si il croit qu'il y a au moins une chance sur deux que l'actif soit rentable, décrire sa règle de décision en fonction de son signal privé.*

On suppose à partir de maintenant que le manager A a reçu le signal L et le manager B le signal H.

d) *De quelle information dispose le manager B ?*

e) *Quelle est sa probabilité a posteriori que $\theta = \theta_H$?*

Le manager B a deux stratégies possibles: la stratégie efficiente, qui prescrit de suivre son information privée, et la stratégie d'imitation, qui lui prescrit de se comporter comme le manager A. Le but du manager est de maximiser sa valeur de marché, c'est-à-dire $P(B \text{ soit smart} \mid L, H, \theta)$.

f) *Expliquez pourquoi le marché est capable d'inférer le signal privé des deux managers lorsque B suit la stratégie efficiente.*

g) Admettons que $P(B \text{ soit smart} \mid L, H, \theta_H) = \frac{2p\alpha}{1+\alpha}$ et $P(B \text{ soit smart} \mid L, H, \theta_L) = \frac{2(1-p)\alpha}{1+\alpha}$. *Quelle est l'espérance de valeur de marché de B s'il joue la stratégie efficiente?*

h) *Quelle est l'espérance de valeur de marché de B s'il joue la stratégie d'imitation?*

i) *Conclure.*

Partie 2 : Information publique et coordination (***10 points***)

Considérons un continuum d'investisseurs $[0, 1]$ devant choisir une action $a \in \mathbb{R}_+$ sur le marché. On note $a_i \in \mathbb{R}$ l'action choisie par l'investisseur i et $\bar{a} := \int_0^1 a_i$ la moyenne des actions. L'état fondamental de l'économie est représenté par le paramètre $\theta \in \mathbb{R}$. On suppose que le gain de l'investisseur i dépend 1) de son action, 2) de l'action moyenne, et 3) du fondamental de la manière suivante :

$$u(a_i, \bar{a}, \theta) = -(1-r)(a_i - \theta)^2 - r(a_i - \bar{a})^2$$

où $r \in [0, 1]$.

Les investisseurs reçoivent deux types de signaux : un signal **privé** $x_i = \theta + \varepsilon_i$, avec $\varepsilon_i \simeq \mathcal{N}(0, \frac{1}{\beta})$, et un signal **public** $y = \theta + \eta$, avec $\eta \simeq \mathcal{N}(0, \frac{1}{\alpha})$. Les signaux privés sont indépendants et le signal public est connaissance commune.

1. Interpréter cette fonction d'utilité.
2. Quelle est l'action optimale (on rappelle que l'optimum est la situation qui maximise l'utilité moyenne).
3. Le gain espéré de i s'il joue a_i est $E_i[u_i(a_i, \bar{a}, \theta)] = -(1-r)E[(a_i - \theta)^2] - rE[(a_i - \bar{a})^2]$. Donnez la meilleure réponse a_i^* de l'agent i face à l'action moyenne $\bar{a}$.
4. Morris et Shin (2002) montrent qu'à l'équilibre chaque investisseur joue

$$a_i^* = \frac{\beta(1-r)}{\alpha + \beta(1-r)} x_i + \frac{\alpha}{\alpha + \beta(1-r)} y$$

   Interpréter.
5. Montrer que l'action moyenne est $\bar{a}^* = \frac{\beta(1-r)}{\alpha+\beta(1-r)}\theta + \frac{\alpha}{\alpha+\beta(1-r)} y$.
6. Montrer que les investisseurs surréagissent au signal public.