Université Panthéon Assas, Sorbonne Universités.
Cours de Mr. le Professeur D. Gaumont, 2018 - 2019
L3 Analyse Economique,

1 Examen final de Théorie des Jeux : durée 3 heures

Aucun autre document, aucun autre support ne peut être utilisé. Pas de walkman, ni de téléphone portable, d'ordinateur portable, de baladeur, de MP3, MP4 etc. Ces derniers sont éteints et placés dans les sacs le long du mur. Les tentatives de fraude sont sanctionnées comme les fraudes. Si un étudiant pense que le sujet comporte une erreur, il le signale sur sa copie, et continue à composer avec la correction suggérée.

Les étudiants choisissent

1. soit la dissertation,
2. soit le sujet pratique qui comporte
   (a) les questions de cours,
   (b) les exercices.

En aucun cas ils ne traitent de la dissertation et du sujet pratique à la fois.

2 Dissertation

Le concept d'équilibre en théorie des jeux.

3 Sujet pratique

3.1 Questions de Cours (sur 10 points — temps estimé à maximum 60 minutes)

1. Rapeller la définition du jeu Bayésien équivalent d'un jeu sous forme extensive avec information imparfaite. A quoi sert-elle ?(1 point)
2. Rappeler la différence qui existe entre les jeux avec information parfaite et les jeux avec information imparfaite. (2 points)
3. Quelle est la définition d'un jeu évolutionnaire ? (3 points).
4. Quelle est la définition d'un jeu séquentiel avec information parfaite. (4 points)

3.2 Exercice: le jeu du mile pattes (2.5 pts)

Deux joueurs jouent au jeu du mille pattes. Deux piles d'argent sont sur la table. La plus petite pile est notée B et l'autre est notée $k \times B$, où $k > 1$ est un facteur multiplicatif. Le premier joueur se voit affecter la plus grosse pile. Il peut

- choisir de prendre la plus grande pile et dans ce cas, le second joueur gagne la petite pile et le jeu s'arêtte.
- passer son tour. Dans ce cas, les piles sont multipliées par un facteur $k > m > 1$ et les piles s'inversent. Le second joueur fait face à la plus grosse pile.
- Dans ce cas, le second joueur peur choisir de prendre la grosse pile et le premier joueur gagne la petite pile, et je jeu s'arêtte.
- passer son tour.
- et ainsi de suite.

1. Montrer qu'il s'agit d'un jeu séquentiel. (0.5 pt)
2. Représenter l'arbre du jeu pour une longueur de $h = 6$. (0.5 pt)
3. Quel est l'ensemble des équilibres de Nash en sous jeu parfait pour $h = 6$? (0.5 pt)
4. On notera $\alpha_h, h \in H$ la probabilité de prendre par le joueur à qui s'est le tour de jouer. Quel est l'ensemble des équilibres de Nash en stratégies mixtes pour $h = 6$? (0.5 pt)
5. Ce jeu a été joué dans la réalité et on a mesurer les choix des joueurs. Comment peut-on expliquer qu'en général les joueurs jouent au moins 6 fois avant de prendre la pile et d'arrêter le jeu ?(0.5pt)

3.3 Exercice 2 : Guerre et Paix (2.5 pts)

Le jeu présenté ci-après est dû à Robert Aumann, Prix Nobel en 2009. Le joueur 1 doit décider si lui et le joueur 2 reçoivent le même montant A ou bien s'il reçoit $n > 1$ fois plus, cependant que le joueur 2 reçoit n fois moins. Simultanément, le joueur 2 décide s'il punit ou pas le joueur 1, ce qui pénalise les deux joueurs en même temps; s'il décide de punir le joueur 1 alors chacun reçoit zéro, quelque soit l'action choisie par le joueur 1.

1. Pourquoi peut-on dire qu'il s'agit d'un jeu stratégique fini? (0.25 pt)
2. Quelle est la matrice des gains ? (0.5 pt)
3. Quel est l'ensemble des équilibres de Nash en stratégies pures ? (0.5 pt)
4. Quel est l'ensemble des équilibre de Nash en stratégies mixtes ? (1/2 pt)
5. Commenter économiquement les résultats. (0.75 pt)

3.4 Exercice 3 : La bataille des sexes 5 pts)

On considère un couple de personne qui souhaite sortir au concert un soir. La première personne, Madame, préfère se rendre au concert de Bach, cependant que la seconde personne, Monsieur, préfère se rendre à Stravinsky. Toutefois, les deux sont d'accord pour préférer sortir ensemble plutôt que chacun séparément.

Si chacun sort seul, alors chacun reçoit un gain nul. Si le couple sort ensemble, celui qui se rend au concert de son premier choix reçoit 2 unités de gain, cependant que l'autre ne reçoit qu'une seule unité de gain.

1. Montrer que ce jeu est un jeu stratégique. (1/2 point)
2. Ecrire la matrice des gains (1/2 point)
3. Quel est l'ensemble des équilibres de Nash en stratégies pures? (1/2 point)
4. Quelle est la valeur de l'utilité de chaque joueur ? (1/2 point)
5. Quel est l'ensemble des équilibres de Nash en stratégies mixtes? (1 points)
6. Quelle est la valeur des espérances d'utilités de chaque joueur ? (1/2 point)
7. On suppose maintenant que les conjoints préfèrent tirer au sort avant de sortir ensemble. L'ensemble des états de la nature est du type $\Omega = \{x, y, z\}$. Madame dispose d'un ensemble d'information de la forme $P_1 = \{\{x\}\{y, z\}\}$. Monsieur dispose d'un ensemble d'information de la forme $P_2 = \{\{x, y\}\{z\}\}$. Les stratégies sont désormais définies comme suit : $\sigma_1(x) = B$ et $\sigma_1(y) = \sigma_1(z) = S$ et $\sigma_2(x) = \sigma_2(y) = B$ et $\sigma_2(z) = S$. Comment s'appelle ce type d'équilibre ? (1/2 point)

8. Quelle est la valeur de l'espérance d'utilité de chaque joueur ? (1/2 point)

9. Interpréter économiquement vos résultats en comparant les questions précédentes entre elles. (1/2 point)