

EXAMEN final : cours de produits dérivés

On utilisera les notations suivantes :

T : représente une date fixe dans le future exprimée en nb d'année.

t_0 : représente l'instant présent en nb d'année, $t_0 = 0$

t : représente une date en nb d'année dans le future tel que $T \geq t \geq t_0$

K : représente le strike d'une option

S_t : représente la valeur d'une action S à l'instant t

On supposera que $S_{t_0} = 100$

$C_t(K, T)$ représente le prix d'un Call de maturité T et de strike K écrit sur l'action S à l'instant t

$P_t(K, T)$ représente le prix d'un Put de maturité T et de strike K écrit sur l'action S à l'instant t

r : représente la valeur constante du taux d'intérêt sans risque

Exercice 1 « le call »:

1°) Exprimer le payoff en T correspondant à $C_T(K, T)$. Que devient cette expression lorsque $K = 0$?

2°) Ecrire $C_{t_0}(K, T)$ à l'aide d'une espérance mathématique. Que devient cette expression lorsque $K = 0$?

3°) Tracer $C_T(K, T)$ en fonction de S_T . En ordonnée, on placera les valeurs de $C_T(K, T)$ et en abscisse les valeurs de l'action en T soit S_T .

4°) On s'intéresse maintenant à la fonction $F(S_T) = C_T(K, T) - C_{t_0}(K, T) \times e^{r(T-t_0)}$. A quoi correspond cette fonction pour un investisseur ayant acheté le call au prix de $C_{t_0}(K, T)$? Pour quelle raison intervient le terme $e^{r(T-t_0)}$?

5°) On suppose maintenant que les taux sont nuls $r = 0$, que $T = 1$ et que $S_{t_0} = K = 100$ et que $C_{t_0}(K, T) = 10$. Dans quel cas $F(S_T) \geq 0$?

Exercice 2 « combinaison d'option »:

Un investisseur achète un call de payoff $C_T(K = 100, T)$ et vend un autre call de strike $C_T(K = 120, T)$

1°) Comment s'appelle cette combinaison d'option ?

2°) Tracer le payoff en T correspondant à $C_T(100, T) - C_T(120, T)$

3°) Quel est l'intérêt de cette combinaison pour l'investisseur ?

4°) Dans quel cas conseilleriez-vous d'acheter cette combinaison d'option par rapport à un simple Call de payoff $C_T(100, T)$?

4°) On s'intéresse maintenant à la combinaison d'option suivante : $C_T(100, T) - k \times C_T(120, T)$.

On suppose que les taux sont nuls $r = 0$, que $T = 1$ et que $S_{t_0} = K = 100$, que $C_{t_0}(100, T) = 10$ et que $C_{t_0}(120, T) = 5$. Comment doit-on choisir k pour que le prix de la stratégie en t_0 soit égal à 0 ?

Comment appelle-t-on ce type d'option ?

Quel est le risque pour un investisseur ?

Exercice 3 (« couverture »):

Un investisseur qui possède l'action S cherche à se couvrir contre une baisse de l'action.

1°) Quel type d'option lui suggérez-vous pour sa couverture ?

2°) L'investisseur ne croit pas à la baisse de l'action en-deçà de 80, quelle stratégie à base d'une option lui proposez-vous pour réduire le coût de sa couverture ?

3°) L'investisseur est prêt à renoncer à la hausse de l'action au-delà de 120, quelle opération à base d'une option lui proposez-vous pour réduire le coût de sa couverture ?

4°) en supposant que l'investisseur possédant l'action achète les options que vous lui avez proposées en 1°)+2°) et 3°), tracer le payoff de l'investisseur.

Exercice 4 (« parité call-put »):

1°) Exprimer la parité « call-put » dans le cas sans dividendes.

2°) Démontrer la parité « call-put »

3°) Quelle est la sensibilité à la volatilité implicite d'un investisseur ayant acheté un call de payoff $C_T(K = 120, T)$ et ayant vendu un put de strike $P_T(K = 120, T)$?

4°) On suppose que les taux sont nuls $r = 0$, que $T = 1$ et que $S_{t_0} = K = 80$ et que $C_{t_0}(80, T) = 21$

Que vaut la valeur intrinsèque du call $C_{t_0}(80, T)$?

Que vaut le put $P_{t_0}(80, T)$?

Exercice 5 (« tracé de payoff »):

Un investisseur qui possède l'action S achète un put de payoff $P_T(50, T)$, vend 2 calls de payoff $C_T(80, T)$ et achète un call $C_T(100, T)$

1°) Tracer le payoff en T de cette stratégie

Exercice 6 (« les greeks »):

Un investisseur qui possède l'action S achète un put de payoff $P_T(50, T)$, vend 2 calls de payoff $C_T(80, T)$ et achète un call $C_T(100, T)$

1°) qu'est-ce que le delta ? combien vaut approximativement le delta d'un Call de payoff $C_T(K = 100, T)$?

2°) En utilisant la « parité Call-Put », relier le delta du call et le delta du put pour un même couple (strike, maturité).

Exercice 7 (« le levier »):

1°) Exprimer la notion de levier pour un Call

2°) on suppose que :

$$S_{t_0} = 100 \text{ que le strike } K = 50$$

$$C_{t_0}(K = 50, T) = \text{valeur intrinsèque} + 5$$

$$\text{Delta}_{t_0}(K = 50, T) = 100\%$$

calculer le levier de cette stratégie?

3°) comment évolue le levier si la volatilité implicite augmente?

Exercice 8 (« le rendement »):

- 1°) Exprimer la notion de rendement pour un investisseur possédant l'action
- 2°) On suppose que le prix du $C_{t_0}(K = 110, T) = 3$. Imaginer une stratégie de rendement.
- 3°) Pour quelle hausse de l'action, la stratégie de rendement sera perdante par rapport à l'investissement action "pur"?

Exercice 9 (« l'investisseur delta-hedgé »):

- 1°) Quelle est la sensibilité principale d'un investisseur "delta-hedgé"?
- 2°) Vous savez que demain une action va faire l'objet d'une publication de résultats très différents du consensus, ce qui va impliquer une forte variation de l'action. Quelle stratégie mettez vous en place?
- 3°) Qu'est ce que le "smile"? Par quelle stratégie un trader va profiter d'un aplatissement du "smile"?
- 4°) Définir le gamma d'une option. En quoi le "gamma" est important pour un trader?
- 5°) Définir la volatilité historique.
- 6°) Définir la volatilité implicite.

Exercice 10 (« la commission de surperformance »):

Un asset manager décide de commercialiser son fonds, on suppose que son fonds ne contient que l'action S. Traditionnellement, un asset manager choisit de se rémunérer en prélevant 1% de la valeur finale de son fonds au bout d'un an par exemple. Notre asset manager choisit lui d'aligner ses intérêts (sa rémunération) avec ceux des clients du fonds (qualité de la gestion), en prélevant 20% de la performance positive de son fonds au dessus de 5%. On appelle ce mode de rémunération une commission de surperformance.

- a) exprimer à l'aide d'une option la commission de surperformance. Cette option est-elle ITM, ATM ou OTM?
- b) l'asset manager aimerait avoir une idée pour sa comptabilité de ce que peut lui rapporter cette commission en début d'année. Que lui proposez vous?

Exercice 11 (« volatilité forward »):

Après un choc important sur les marchés actions, la volatilité implicite 1 an passe instantanément de 15% à 25%. la volatilité implicite 2 ans reste inchangée à 15%

- a) comment a bougé la volatilité implicite forward 1 an dans 1 an?
- b) on suppose maintenant que c'est la volatilité forward qui reste inchangée à 15%. comment évolue la volatilité implicite 2 ans après le choc?

