

UNIVERSITÉ PANTHEON-ASSAS (Paris II)

Droit - Economie - Sciences Sociales

Assas

Session : Mai 2019

Année d'étude : Première année de Master Economie-gestion, Ingénierie économique et statistique

Discipline : Economie publique M1 (Unité d'Enseignements Fondamentaux 2)

Titulaire du cours : M. Bertrand Crettez

Durée du cours : 3 heures.

Documents et moyens électroniques autorisés : Aucun.

Exercice 1 (8 points)

On considère une économie composée de deux agents. Le premier agent a une fonction d'utilité du type : $U_1(c_1, G) = c_1 + 70G - \frac{G^2}{2}$, tandis que la fonction d'utilité du second agent s'écrit : $U_2(c_2, G) = c_2 + 40G - G^2$. Dans ces expressions c_i est la consommation de bien privé de l'agent i ($i = 1, 2$) et G est sa consommation de bien public. La quantité produite de bien public est égale à la somme des contributions des agents. La contribution de l'agent i est notée g_i . La contrainte budgétaire de l'agent i s'écrit : $R_i = c_i + g_i$, où R_i est le revenu de cet agent.

1. Quel est l'équilibre de Nash des contributions privées ? (2 points)
2. Calculez la solution de compromis (1,5 points).
3. On suppose maintenant que le montant de bien public est donné par la fonction suivante : $\mathcal{G}(g_1, g_2) = (\sqrt{g_1} + \sqrt{g_2})^2$. Montrez que $(\sqrt{g_1} + \sqrt{g_2})^2 \geq g_1 + g_2$ (1/2 point).
4. La fonction \mathcal{G} décrit un cadre dans lequel un contributeur extérieur (qui peut être un gouvernement) complète les contributions privées (le complément apporté dépendant des contributions réalisées). Calculez l'équilibre de Nash des contributions privées lorsque les agents tiennent compte de la fonction \mathcal{G} (2 points). Que remarquez-vous ? (2 points)

Exercice 2 (7 points)

On dispose des données suivantes sur 6 entreprises publiques :

Entreprise publique (i)	A	B	C	D	E	F
Facteur de production (x_i)	5	3	2	7	3	10
Production (y_i)	3	2	1	4	5	9

On suppose que les trois premières entreprises sont situées dans le pays 1, et les trois autres sont situées dans le pays 2. On cherche à analyser l'efficacité relative de l'entreprise D . On supposera toujours que l'ensemble de production dans lequel les entreprises ont choisi leur vecteur de production (x_i, y_i) est du type :

$$P = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ \mid x \geq X\lambda, y \leq Y\lambda, \lambda \geq 0 \right\},$$

où X est le vecteur des quantités de facteur de production par les entreprises considérées, et Y est le vecteur des productions réalisées par ces entreprises, x est une quantité de facteur de production et y une quantité de production.

1. Rappelez la définition de l'efficacité au sens de Farrell (approche par les facteurs de production) (1 point).
2. On se demande si l'entreprise D est efficace par rapport à celles du pays 1. Calculez le coefficient de Farrel pour l'entreprise D si, dans l'ensemble \mathcal{P} , on ne prend en compte que les entreprises du pays 1 (et l'entreprise D elle-même). (1 point)
3. Calculez le coefficient de Farrel de l'entreprise D si, dans l'ensemble \mathcal{P} , on ne prend en compte que les entreprises du pays 2. (1 point)
4. Calculez le coefficient de Farrel de l'entreprise D lorsque l'on prend en compte toutes les entreprises. Cette valeur est-elle différente de celle trouvée à la question précédente ? (1 point) Pourquoi ? (3 points)

Exercice 3 (5 points)

On considère un problème d'affectation d'étudiants postulant à différentes universités. Dans ce problème, il y a 10 étudiants candidats ($a, b, c, d, e, f, g, h, i, j$) et 5 universités (A, B, C, D, E). Le quatre premières universités a une capacité d'accueil égale à 1. La cinquième a une capacité d'accueil égale à 6. Tous les étudiants classent les universités de la même manière : l'université A est classée 1, l'université B est classée 2 etc. Les universités classent tous les candidats de la même manière : le candidat j est classé 1, le candidat i est classé 2 etc.

1. Utiliser l'algorithme de Gale-Shapley pour trouver une affectation des candidats dans les différentes universités (2 points).
2. Cette affectation est-elle stable ? (3 points)