Université PANTHÉON-ASSAS (PARIS II)	U.E.C.2
Droit-Economie-Sciences Sociales	4478
Assas	

Session :	Mai 2019.
Année d'étude :	Première année de Master économie-gestion mention ingénierie économique et statistique.
Discipline :	**Théorie de la décision : ambiguïté** (Unité d'Enseignements Complémentaires 2).
Titulaire du cours :	M. Lorenzo BASTIANELLO.
Document(s) autorisé(s) :	Calculatrice autorisée. Le téléphone portable n'est pas autorisé comme calculette. Documents interdits, ainsi que tout appareil électronique permettant une connexion à distance.

Indications et consignes :

— La qualité de la présentation et la tenue de la copie seront prises en compte.

— *Le barème est donné à titre indicatif et est susceptible d'être modifié.*

1. (5 points) Soit $S = \{s_1,\ s_2,\ s_3,\ s_4\}$ l'ensemble des états de la nature, $\mathcal{A} = 2^S$ une algèbre et $\mathcal{F}$ l'ensemble des actes de S dans $\mathbb{R}$. Un décideur évalue les actes avec la fonction $I(f) = \int f dv$, où $I(\cdot)$ est une intégrale de Choquet et v est une capacité définie sur $\mathcal{A}$ par $v(\{s_1,\ s_2\}) = v(\{s_1,\ s_2,\ s_4\}) = \frac{1}{6}$, $v(\{s_1,\ s_2,\ s_3\}) = \frac{1}{2}$, $v(S) = 1$ et $v(A) = 0$ sinon.
On suppose le décideur muni d'une richesse $w > 0$ et on désigne par $\pi > 0$ le prix unitaire de l'actif f avec :

S	s_1	s_2	s_3	s_4
f	2	3	1	4

   1. (2 points) Déterminer le prix d'achat b le plus élevé auquel le décideur sera indifférent entre acheter l'actif f et ne rien faire. Justifier la formule utilisée pour obtenir b.
   2. (2 points) Déterminer le prix de vente s le plus bas auquel le décideur sera indifférent entre vendre à découvert l'actif f et ne rien faire. Justifier la formule utilisée pour obtenir s.
   3. (1 point) Qu'est ce qui se passe si $\pi \in [b, s]$? Justifier.

2. (10 points) Soit Ω l'ensemble des états de la nature et $\mathcal{A}$ une algèbre sur Ω.
   1. (3 points) Donner la définition de capacité, de capacité convexe et de $Core(v)$.
   2. Soit $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$, $\mathcal{A} = 2^\Omega$, Δ le simplex sur $\mathbb{R}^3$ et $\mathcal{P} = \{(p_1, p_2, p_3) \in \Delta | 4p_2 \geq p_1\}$.
      (a) (2 points) On fera l'hypothèse que $\mathcal{P}$ est le Core d'une capacité $\bar{v}$. Trouver $\bar{v}(A)$ pour tout $A \neq \{\omega_2, \omega_3\}$.
      (b) (3 points) Montrer que l'on pourrait avoir $\bar{v}(\{\omega_2 \cup \omega_3\}) = a$ avec $0 < a < 1$. Trouver la plus grande valeur a telle que $\bar{v}(\{\omega_2, \omega_3\}) = a$.
      (c) (1 point) Trouver $Core(\bar{v})$, où $\bar{v}$ est la capacité définie ci dessus.
      (d) (1 point) Montrer que $Core(\bar{v}) \neq \mathcal{P}$. Qu'est-ce que l'on peut conclure ?

3. (5 points) Soit Ω l'ensemble des états de la nature, $\mathcal{A}$ une algèbre sur Ω et $\mathcal{F}$ l'ensemble des actes de Ω dans $\mathbb{R}$.

1. (1 point) Soit f un acte, donner la définition d'intégrale de Choquet, $\int f dv$, d'une acte f par rapport à une capacité v.
2. (2 points) Soit $\alpha \geq 0$. Montrer que $\int \alpha f dv = \alpha \int f dv$.
3. (2 points) Soit $\beta \in \mathbb{R}$. Montrer que $\int f + \beta dv = \int f dv + \beta$.