

# UNIVERSITÉ PARIS II PANTHÉON - ASSAS

## Droit - Économie - Sciences Sociales

Session :	Janvier 2019
Année d'étude :	2 <sup>e</sup> année Magistère Banque Finance
Discipline :	<i>Séries temporelles - 4389</i>
Titulaire(s) du cours :	M. Alain PIROTTE
Document(s) autorisé(s) :	Aucun Calculatrice <u>non programmable</u> autorisée
Durée de l'épreuve :	1h30

### Questions

1. Qu'appelle-t-on processus stationnaire au second ordre ?
2. Qu'appelle-t-on fonction d'autocovariance ?
3. Quels sont les principaux tests de diagnostic de la procédure de modélisation univariée de *Box-Jenkins* ?
4. Comment tester l'hypothèse de processus ARCH symétriques ?
5. Donner l'expression d'un processus SARIMA(1,1,1)(1,1,1)<sub>12</sub>.

### Exercice n°1

Quels commentaires vous inspirent les figures 1.1, 1.2, 1.3, 1.4 et 1.5 qui suivent ?

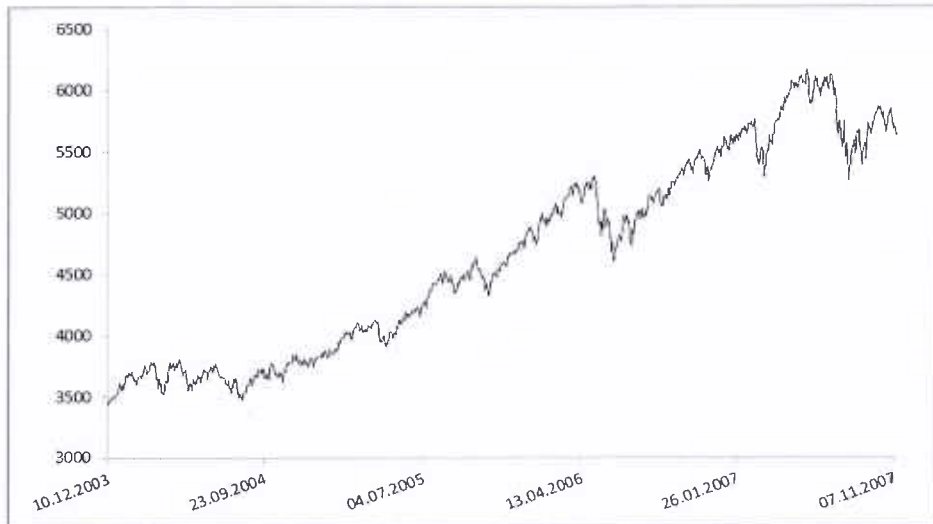


Figure 1.1 : Évolution journalière du CAC40  
du 11/12/03 au 08/11/07 (1001 observations)

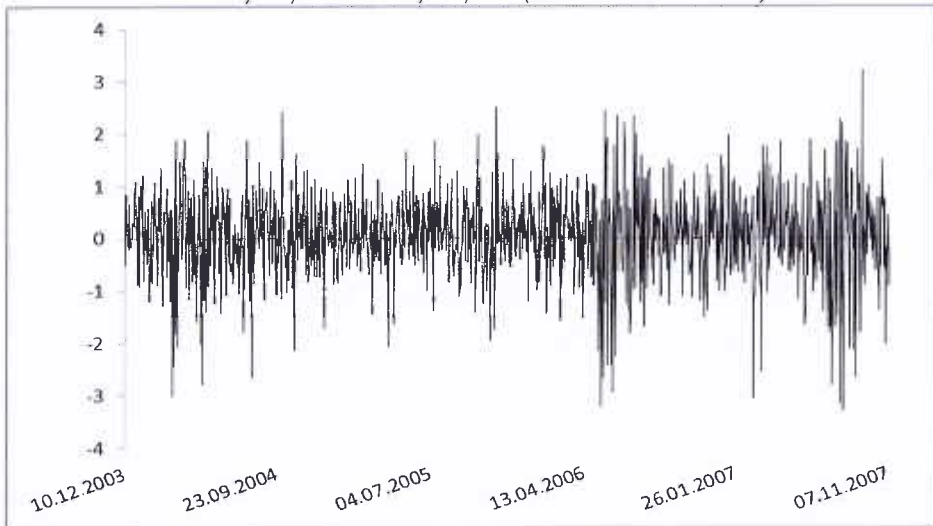


Figure 1.2 : Évolution journalière du rendement du CAC40  
du 12/12/03 au 08/11/07 (1000 observations)

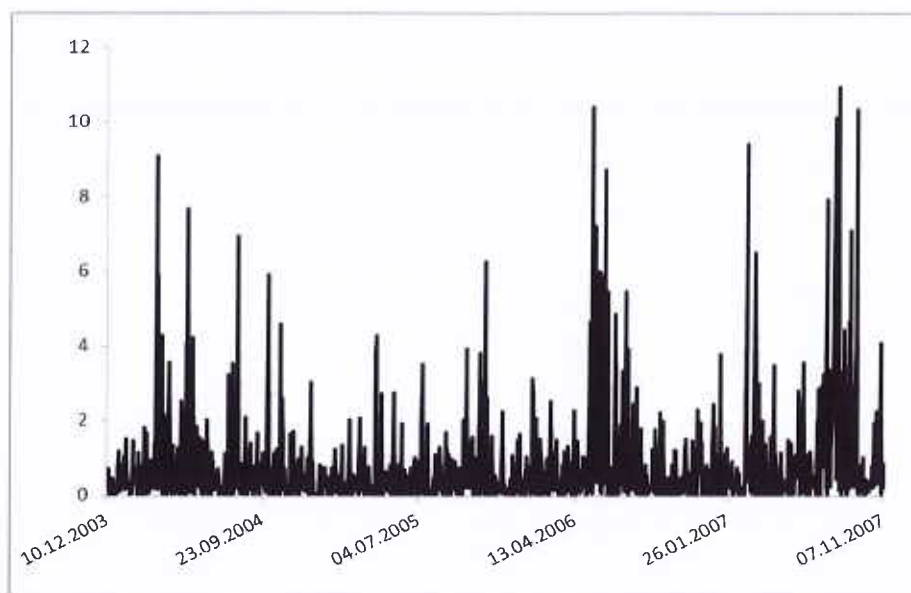


Figure 1.3 : Rendement journalier au carré du CAC40  
du 12/12/03 au 08/11/07 (1000 observations)

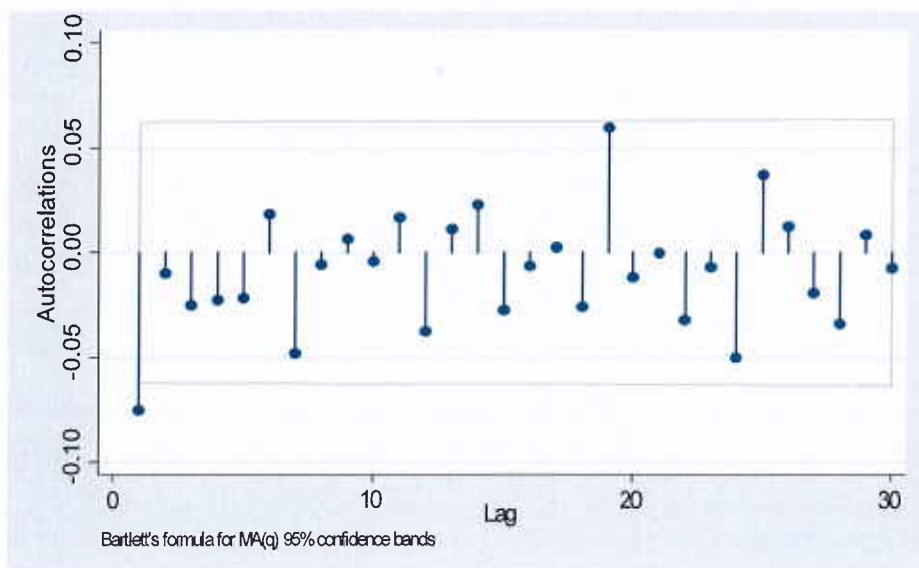


Figure 1.4 : ACF du rendement journalier du CAC40

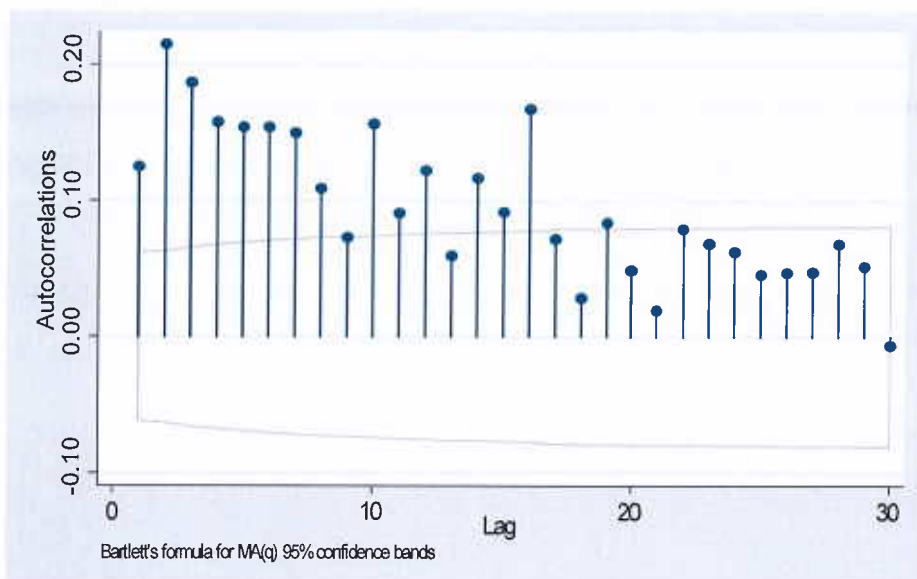


Figure 1.5 : ACF du rendement journalier au carré du CAC40

### Exercice n°2

Soit la série  $y_t$  du PIB français sur la période 1980:1-2014:4, i.e. données trimestrielles,  $T = 140$  observations. On s'interroge sur la possible non stationnarité de la série. Pour tester cette hypothèse, trois modèles sont retenus :

$$\text{Modèle (1) : } \Delta y_t = \phi^* y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

$$\text{Modèle (2) : } \Delta y_t = c + \phi^* y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

$$\text{Modèle (3) : } \Delta y_t = c + \beta t + \phi^* y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

avec  $\varepsilon_t \sim i.i.d.N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ ,  $\phi^* = (\phi_1 - 1)$ .

La série  $y_t$  est-elle stationnaire au seuil  $\alpha = 5\%$  ? Décrire la stratégie à adopter pour répondre à cette question. Les résultats des modèles (1), (2) et (3) figurent à l'annexe A, et les tabulations à l'annexe B, i.e. les tableaux 1, 2 et 3. Par ailleurs, les valeurs des statistiques calculées  $F_3$  et  $F_2$  sont respectivement égales à 1,845 et 43,659. Les figures 2.1, 2.2 et 2.3 ci-après sont liées respectivement aux profils des fonctions d'autocorrélation des résidus des modèles (3), (2) et (1).

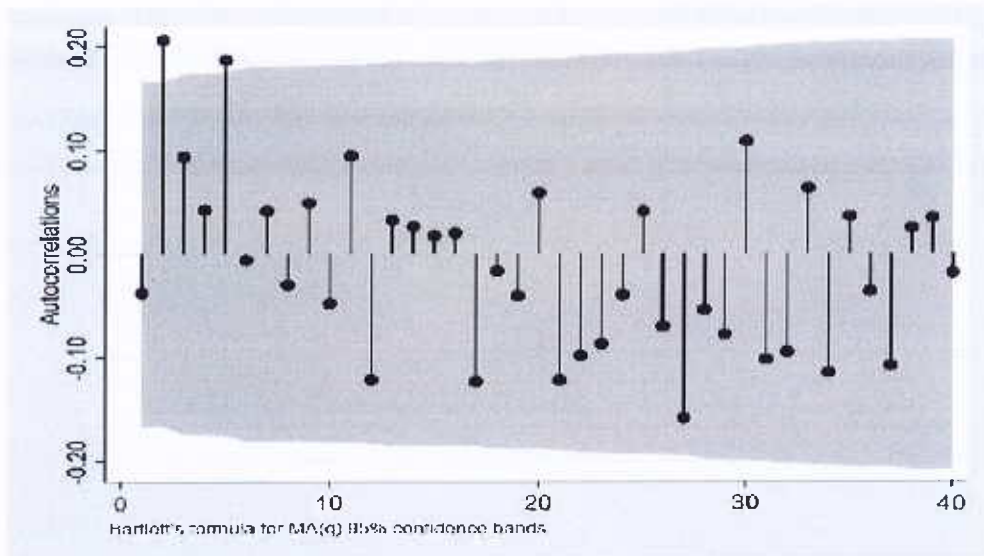


Figure 2.1 : ACF des résidus du modèle (3)

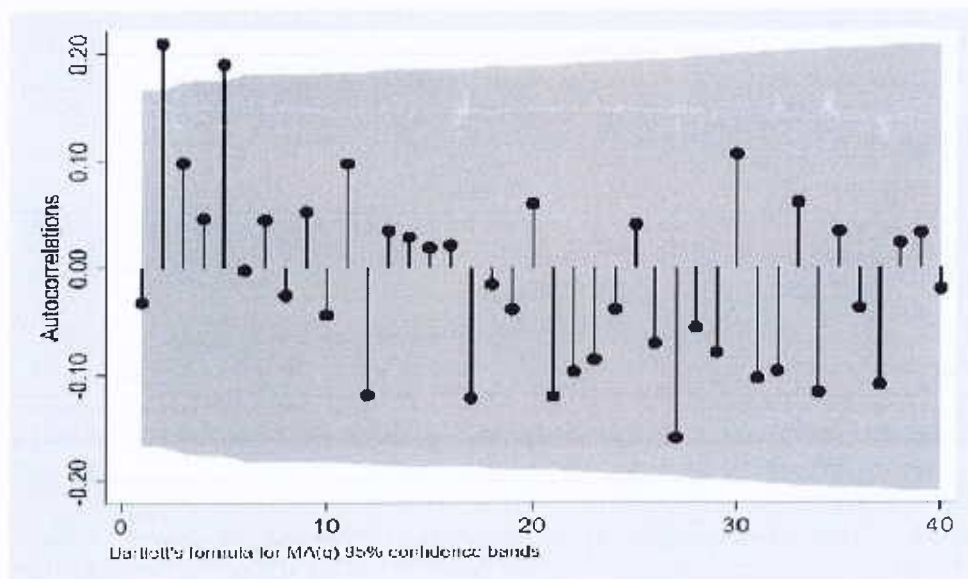


Figure 2.2 : ACF des résidus du modèle (2)

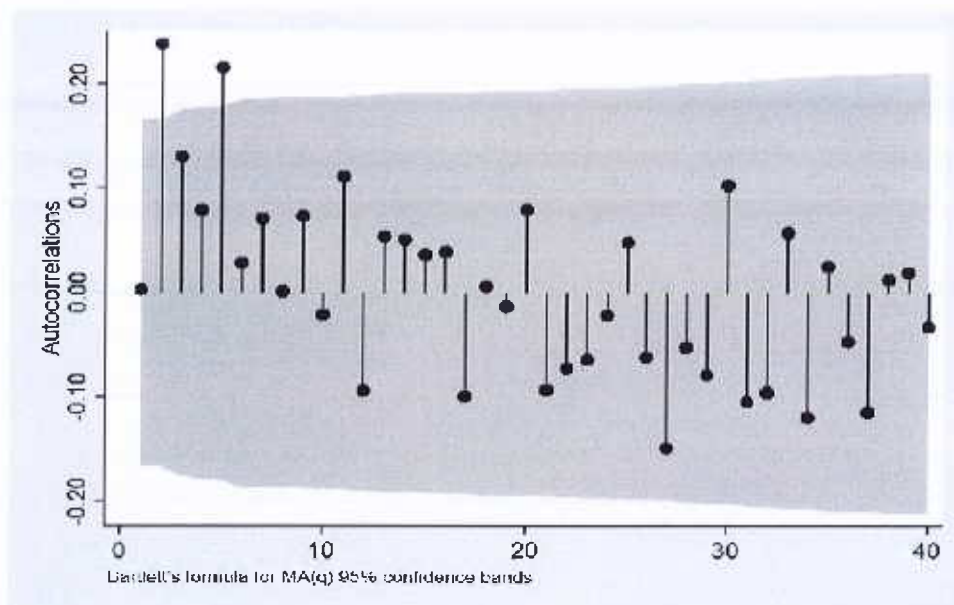


Figure 2.3 : ACF des résidus du modèle (1)

### Exercice n°3

Soit le processus ARCH(1) :

$$h_t = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2, \quad (1)$$

avec  $\varepsilon_t = z_t \sqrt{h_t}$ , où la variable  $z_t$  est indépendamment et identiquement distribuée de moyenne nulle et de variance unitaire, et supposée suivre une distribution normale.

1. Écrire le processus (1) sous la forme d'un AR(1). À quelles conditions ce processus est-il stationnaire ?
2. Le processus (1) peut-il rendre compte des "paquets" de volatilité ?
3. À la suite de l'estimation du processus ARCH(1), et si une structure ARCH résiduelle est présente dans le résidu  $\hat{z}_t = \hat{\varepsilon}_t h_t^{-1/2}$ , quelle attitude adopter ?

## Annexe A

### /\* Modèle (3) \*/

dfuller ISP, trend regress lags(0)

Dickey-Fuller test for unit root Number of obs = 139

	Test Statistic	----- 1% Critical Value	----- 5% Critical Value	----- 10% Critical Value
Z(t)	-0.022	-4.027	-3.445	-3.145

MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.9940

D.LSP	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
ISP					
L1.	-.0004377	.0196733	-0.02	0.982	-.0393429 .0384675
_trend	-.0000213	.0000969	-0.22	0.827	-.000213 .0001705
_cons	.0082796	.0984074	0.08	0.933	-.186327 .2028861

### /\* Modèle (2) \*/

dfuller ISP, regress lags(0)

Dickey-Fuller test for unit root Number of obs = 139

	Test Statistic	----- 1% Critical Value	----- 5% Critical Value	----- 10% Critical Value
Z(t)	-1.915	-3.497	-2.887	-2.577

MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.3249

D.LSP	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
ISP					
L1.	-.0047164	.0024625	-1.92	0.058	-.0095858 .000153
_cons	.0296572	.0131686	2.25	0.026	.0036172 .0556972

### /\* Modèle (1) \*/

dfuller ISP, noconstant regress lags(0)

Dickey-Fuller test for unit root Number of obs = 139

	Test Statistic	----- 1% Critical Value	----- 5% Critical Value	----- 10% Critical Value
Z(t)	8.938	-2.595	-1.950	-1.613

D.LSP	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
ISP					
L1.	.0008257	.0000924	8.94	0.000	.000643 .0010083

## Annexe B

**Tableau 1** - Valeurs critiques des  $t$  de *Student* lorsque  $\phi_1 = 1$  pour le coefficient affecté à la variable  $y_{t-1}$ .

	$T$	$\alpha = 1\%$	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 10\%$
<b>Modèle (1)</b>	50	-2,62	-1,95	-1,61
	100	-2,60	-1,95	-1,61
	250	-2,58	-1,95	-1,62
	500	-2,58	-1,95	-1,62
	$\infty$	-2,58	-1,95	-1,62
<b>Modèle (2)</b>	50	-3,58	-2,93	-2,62
	100	-3,51	-2,89	-2,58
	250	-3,46	-2,88	-2,57
	500	-3,44	-2,87	-2,57
	$\infty$	-3,43	-2,86	-2,57
<b>Modèle (3)</b>	50	-4,15	-3,50	-3,18
	100	-4,04	-3,45	-3,15
	250	-3,99	-3,43	-3,13
	500	-3,98	-3,42	-3,13
	$\infty$	-3,96	-3,41	-3,12

Source : Fuller (1976, p. 373).

**Tableau 2** - Valeurs critiques de  $F_2 - H_0^2 : (c, \phi^*) = (0,0)$ .

$T$	$1 - \alpha = 99\%$	$1 - \alpha = 95\%$	$1 - \alpha = 90\%$
50	7,06	4,86	3,94
100	6,70	4,74	3,86
250	6,52	4,63	3,81
500	6,47	4,61	3,79
$\infty$	6,43	4,59	3,78

Source : Dickey et Fuller (1981, p. 1063).

**Tableau 3** - Valeurs critiques de  $F_3 - H_0^3 : (c, \beta, \phi^*) = (c, 0,0)$ .

$T$	$1 - \alpha = 99\%$	$1 - \alpha = 95\%$	$1 - \alpha = 90\%$
50	9,31	6,73	5,61
100	8,73	6,49	5,47
250	8,43	6,34	5,39
500	8,34	6,30	5,36
$\infty$	8,27	6,25	5,34

Source : Dickey et Fuller (1981, p. 1063).