Université de PARIS II
Cours du professeur A. SCANNAVINO
PREVISIONS EN MACROECONOMIE ET EN FINANCE (4266)
année universitaire 2017 - 2018
Examen (juin)

Aucun document n'est autorisé.

Pour les calculs, on pourra avoir recours à une calculette (sans mémoire permanente).

Répondre aux questions en respectant leur ordre et en référence à leur numérotation (pour la facilité de la correction) !

1. L'ANALYSE DE MARKOV (6 points)

   (a) MARCHES ALÉATOIRES ET PROCESSUS DE MARKOV : (3 points)

   Soit une marche aléatoire (X_t) avec $X_0 = 0$ et de terme aléatoire

$$\epsilon_t = \left\{ \begin{array}{lll} +2 & \text{avec probabilité} & p = \frac{1}{3} \\ -1 & \text{"} & (1-p) = \frac{2}{3} \end{array} \right\} \qquad i.i.d.$$

   i. Donnez ses propriétés.
   ii. Quel est le domaine de ses états ?
   iii. Cette marche aléatoire est-elle un processus de Markov ? (développez votre réponse)
   iv. Cette marche aléatoire est-elle une martingale ?
   v. Dans quels différents domaines de prévision utilise-t-on un tel processus ? (développez votre réponse comme il convient)

   (b) Modélisation d'un jeu aléatoire : (3 points)

   Deux joueurs s'engagent dans un jeu d'argent : à chaque lancer d'une pièce de monnaie *supposée parfaitement équilibrée*, le gagnant reçoit 1 euro du vaincu.

   Le joueur I débute avec un capital de 4 euros. Le joueur II débute avec un capital de 2 euros.

   i. Modélisez la matrice de transition du jeu par une matrice de Markov, en vous plaçant (par exemple) du point de vue du joueur I.
   ii. Quel joueur a le plus de chance de ruiner l'autre ? Justifiez rigoureusement votre réponse !
   iii. Caractéristiques de cette chaîne :

A. Cette chaîne est-elle irréductible ?

B. Cette chaîne possède-t-elle un ou des états absorbants ?

C. Cette chaîne possède-t-elle un ou des états récurrents ?

D. Cette chaîne est-elle ergodique ?

2. Le processus de Poisson (3 points)

   (a) Où apparaît une marche aléatoire dans la modélisation d'un processus de Poisson ?

   (b) Donnez les caractéristiques de la loi exponentielle.

   (c) Donnez les caractéristiques de la loi de Poisson.

   (d) Présentez le processus de Poisson : définitions, propriétés, utilité en prévisions.

3. La loi de Gumbel (1 point)

   Donnez ses caractéristiques.