

Paris

Session : Septembre 2022

Année d'étude : Troisième année de licence

Discipline : Croissance et cycles

Titulaire du cours : M. Bertrand Crettez

Durée de l'épreuve : 1h30.

Documents autorisés : Aucun.

### Exercice 1 (11 points)

On se propose d'étudier la croissance d'une économie à partir du modèle à générations imbriquées de Diamond. On suppose que la population est constante et qu'il n'y a qu'un individu par génération. La fonction d'utilité intertemporelle d'un individu né en  $t$  est  $U(c_t, d_{t+1}) = c_t^{1-s} d_{t+1}^s$ ,  $0 < s < 1$ , où  $c_t$  est la consommation durant la jeunesse, et  $d_{t+1}$  la consommation durant la vieillesse. La fonction de production de l'entreprise représentative est  $F(K_t, L_t) = AK_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$ ,  $0 < \alpha < 1$ , où  $K_t$  et  $L_t$  sont respectivement des quantités de capital et de travail.

1. Calculer la fonction d'épargne d'un individu né en  $t$ . (1 pt)
2. Calculer le salaire d'équilibre. (1 pt)
3. Donnez l'équation dynamique décrivant l'évolution du capital à partir de la relation  $K_{t+1} = s_t$ , où  $s_t$  est l'épargne d'un individu né en  $t$ . (2 pts)
4. Analysez analytiquement ou graphiquement l'évolution du capital (2 pts)
5. Utilisez la question précédente pour analyser les conséquences d'une hausse de  $A$  (1 pt).
6. Peut-il y avoir une croissance sans borne de la production ? (2 pt)
7. Que faudrait-il changer dans cadre d'analyse pour obtenir une réponse différente à la question précédente ? (2 pts)

### Exercice 2 (9 points)

On reprend les hypothèses de l'exercice précédent, mais on suppose cette fois-ci que la fonction de production est donnée par l'expression

$$F(K_t, L_t) = \begin{cases} 0, & \text{si } K_t = L_t = 0, \text{ ou si } L_t e^{\frac{\beta}{\alpha}} \leq K_t \\ K_t \left( \beta - \alpha \ln \left( \frac{K_t}{L_t} \right) \right), & \text{sinon} \end{cases}$$

où l'on a  $0 < \alpha < \beta$ .

1. Calculez le salaire et le prix du capital à l'équilibre à une date  $t$ , en supposant que  $K_t \leq e^{\frac{\beta-\alpha}{\alpha}}$ . Pourquoi l'inégalité précédente est-elle importante ? (2 pts)
2. Etudiez la dynamique du capital (à partir de la relation  $K_{t+1} = s_t$ ) dans le cas où  $s\alpha \leq 1$ . (2 pts).
3. Est-ce que les résultats obtenus à la question précédente aurait été modifiés si la fonction d'utilité intertemporelle avait une autre forme (2 pts) ?
4. Supposons que le pays considéré puisse recevoir une aide extérieure (sous forme de capital). Est-ce que cette aide peut être ponctuelle si l'objectif est de maintenir la production du pays (3 pts).