

Session :	Septembre 2021.
Année d'étude :	Première année de licence économie-gestion mention économie et gestion.
Discipline :	Statistiques 2 (Unité d'Enseignements Fondamentaux 2).
Titulaire du cours :	M. Lorenzo BASTIANELLO.
Document(s) autorisé(s) :	Calculatrice autorisée. Le téléphone portable n'est pas autorisé comme calculette. Documents interdits, ainsi que tout appareil électronique permettant une connexion à distance.

Examen de Statistiques 2 (5299)

Indications et consignes :

- La qualité de la présentation et la tenue de la copie peuvent faire l'objet de points négatifs.
- Toutes communications, quelle que soit leur nature, sont interdites.
- *Le barème est donné à titre indicatif et est susceptible d'être modifié.*

Exercice 1. (5 points) Sur un grand nombre de personnes on a constaté que la répartition du taux de cholestérol suit une loi normale $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ avec les résultats suivants : 56% ont un taux inférieur à 165 cg et 10% ont un taux supérieur à 180 cg.

1. (1 point) Combien de personnes ont un taux compris entre 165 cg et 180 cg ?
2. (3 points) Montrer que $\mu \approx 163$ et $\sigma \approx 13.27$.
3. (1 point) Si un individu est choisis au hasard, quelle est la probabilité que son taux de cholestérol soit plus élevé de 182 cg ?

Montrer que $\mu \approx 163$ et $\sigma \approx 13.27$.

Si un individu est choisis au hasard, quelle est la probabilité que son taux de cholestérol soit plus élevé de 182 cg ?

Exercice 2. (4 points) Un industriel doit vérifier l'état de marche de ses machines et en remplacer certaines le cas échéant. D'après des statistiques précédentes, il évalue à 30% la probabilité pour une machine de tomber en panne en 5 ans ; parmi ces dernières, la probabilité de devenir hors d'usage suite à une panne plus grave est évaluée à 75% ; cette probabilité est de 40% pour une machine n'ayant jamais eu de panne.

1. (1 point) Quelle est la probabilité pour une machine donnée de plus de cinq ans d'être hors d'usage ?
2. (1 point) Quelle est la probabilité pour une machine hors d'usage de n'avoir jamais eu de panne auparavant ?
3. (1 point) Soit X la variable aléatoire "nombre de machines qui tombent en panne au bout de 5 ans, parmi 10 machines choisies au hasard". Quelle est la loi de probabilité de X , (on donnera le type de loi et les formules de calcul), son espérance, sa variance et son écart-type ?

4. (1 point) Calculer $P(X = 5)$.

Exercice 3. (3 points) Soient A et B deux événements.

- Donner la définition d'événements indépendants.
- Si $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.3$ et $P((A \cup B)^c) = 0.42$, est-ce que A et B sont indépendants ?

Exercice 4. (3 points) Aux dernières élections présidentielles en France, le candidat A a obtenu 20% des voix. On prend au hasard dans des bureaux de vote de grandes villes des lots de 200 bulletins : on note X la variable aléatoire “nombre de voix pour A dans les différents bureaux”.

1. (0.5 points) Quelle est la loi de probabilité de X ?
2. (0.5 points) Comment peut-on l'approcher ?
3. (2 points) Quelle est alors la probabilité approximée pour que : X soit supérieur ou égal à 45 ? X compris entre 30 et 50 (extrêmes inclus) ?

Exercice 5. (6 points) Soit X une variable aléatoire discrète telle que $X(\Omega) = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$. On suppose que la loi de X est donnée par :

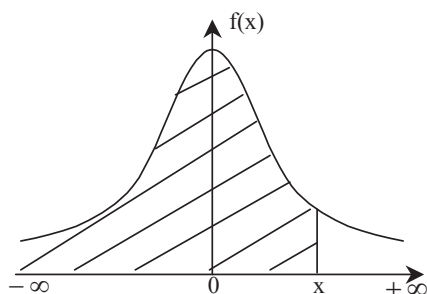
$$P(X = -2) = a, P(X = -1) = \frac{3}{15}, P(X = 0) = b, P(X = 1) = c, P(X = 2) = \frac{4}{15}.$$

De plus, on sait que $E(X) = 0$ et $V(X) = \frac{38}{15}$.

1. (3 points) Déterminer a , b et c . (Écrire explicitement le système qui permet de trouver a, b, c .)
2. (3 points) On admet $a = \frac{4}{15}$, $b = \frac{1}{15}$. Calculer $E(3X + 1)$, $E[(3X + 1)^2]$ et $V(3X + 1)$.

Loi Normale centrée réduite

Probabilité de trouver une valeur inférieure à x.



$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

X	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998

Table pour les grandes valeurs de x :

x	3	3,2	3,4	3,6	3,8	4	4,2	4,4	4,6	4,8
F(x)	0,99865003	0,99931280	0,99966302	0,99984085	0,99992763	0,99996831	0,99998665	0,99999458	0,99999789	0,99999921