	UNIVERSITE PARIS 2 PANTHEON-ASSAS
Session	Septembre 2018
Année d'étude	Troisième année de licence économie-gestion mention sciences économiques
Discipline	Statistique 5 (5385)
Titulaire du cours	Mme Morhaim
Durée	1h30
Documents et matériel autorisé	la caculatrice est autorisée

Toute affirmation doit être justifiée.

Exercice 1

1) 1a) Soit X une variable aléatoire dont la loi P_θ dépend de θ, avec $\theta \in \Theta \subset \mathbb{R}$. Quand dit-on que la loi P_θ est à rapport de vraisemblance monotone ?
1b) La loi normale, lorsque l'éspérance m est connue et le paramètre est l'écart-type σ, est-elle à rapport de vraisemblance monotone ?

Exercice 2

Une entreprise reçoit un lot de pièces dont une proportion p de pièces est non conformes aux normes. Si cette proportion est inférieure ou égale à 0,14, l'entreprise accepte le lot, sinon, elle renvoie le lot. On teste un échantillon aléatoire et indépendant de n pièces prélevées dans le lot. On modélise le problème à l'aide des variables aléatoires $X_i, i = 1, ..., n$, telles que $X_i = 0$ si la ième pièce prélevée est conforme et $X_i = 1$ si la ième pièce prélevée n'est pas conforme.
1) Ecrire la vraisemblance de l'échantillon.
2) On considère le test $\begin{cases} (H_0) \\ (H_1) \end{cases}$. Définir les risques α et β respectivement de 1ère et de 2ème espèce.
3) On considère dans un premier temps que la proportion est soit égale à 0,14, soit égale à 0,24.
3a) On choisit l'hypothèse $p = 0,14$ comme hypothèse de base. Formaliser (écrire) le problème.
3b) Construire la région critique du test d'après la règle de Neyman-Pearson, pour un échantillon de taille $n = 150$ au risque de 1ère espèce $\alpha = 0,05$.
3c) Dans l'échantillon prélevé (de taille $n = 150$), 24 pièces sont non conformes. Que concluez-vous ?
3d) Calculer le risque β de 2ème espèce.
4) On considère le test $\begin{cases} (H_0) & p = 0,14 \\ (H_1) & p > 0,14 \end{cases}$
4a) Quelle est la région critique au sens de Neyman-Pearson au risque de 1ère espèce $\alpha = 0,05$?
4b) Ce test est-il UPP ?
5) On considère le test $\begin{cases} (H_0) & p \leq 0,14 \\ (H_1) & p > 0,14 \end{cases}$
5a) Contre quel risque se protège-t-on alors en priorité ?
5b) Enoncer le théorème de Lehmann.

Exercice 3

On souhaite savoir si le montant des dépenses effectuées par les représentants d'une entreprise suit une loi normale. On a relevé pour un échantillon de représentants le montant des dépenses effectuées (en milliers d'euros) correspondant. Donner une estimation ponctuelle de la moyenne et de l'écart-type de cette variable (montant en milliers d'euros) dans la population. Tester au seuil 0,05 puis 0,01, à l'aide d'un test du khi-deux, l'ajustement à une loi normale dont les paramètres sont ceux estimés précédemment.

montant des factures	[28,38[	[38,42[	[42,50[	[50,70[	[70,78[	[78,86[
nombre de factures	7	20	22	25	18	8

LOI BINOMIALE. — Fonction cumulative $p_k = \sum_{0}^{k} C_n^k \, p^k \, (1-p)^{n-k}$

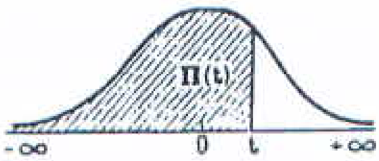
Taille de l'échantillon	k	p = 1 %	p = 2 %	p = 3 %	p = 4 %	p = 5 %	p = 6 %	p = 7 %	p = 8 %	p = 9 %	p = 10 %	p = 20 %	p = 30 %	p = 40 %	p = 50 %
$N = 5$	0	0,951 0	0,903 9	0,858 7	0,815 3	0,773 8	0,733 9	0,695 7	0,659 1	0,624 0	0,590 5	0,327 7	0,168 1	0,077 8	0,031 3
	1	0,998 0	0,996 2	0,991 5	0,985 2	0,977 4	0,968 1	0,957 5	0,946 6	0,932 6	0,918 5	0,737 3	0,528 2	0,337 0	0,187 5
	2	1	1	0,999 7	0,999 4	0,998 8	0,998 0	0,996 9	0,995 5	0,993 7	0,991 4	0,942 1	0,836 9	0,682 6	0,500 0
	3			1	1	1	1	0,999 9	0,999 8	0,999 7	0,999 5	0,993 3	0,969 2	0,913 0	0,812 5
	4							1	1	1	1	0,999 7	0,997 6	0,989 8	0,968 7
	5											1	1	1	1
$N = 10$	0	0,904 4	0,817 1	0,737 4	0,664 8	0,598 7	0,538 6	0,484 0	0,434 4	0,389 4	0,348 7	0,107 4	0,028 2	0,006 0	0,001 0
	1	0,995 7	0,983 8	0,965 5	0,941 8	0,913 9	0,882 4	0,848 3	0,812 1	0,774 6	0,736 1	0,375 8	0,149 3	0,046 4	0,010 7
	2	0,999 9	0,999 1	0,997 2	0,993 8	0,988 5	0,981 2	0,971 7	0,959 9	0,946 0	0,929 8	0,677 8	0,382 8	0,167 3	0,054 7
	3	1	1	0,999 9	0,999 6	0,999 0	0,998 0	0,996 4	0,994 2	0,991 2	0,987 2	0,879 1	0,649 6	0,382 3	0,171 9
	4			1	1	0,999 9	0,999 8	0,999 7	0,999 4	0,999 0	0,998 4	0,967 2	0,849 7	0,633 1	0,377 0
	5					1	1	1	1	0,999 9	0,999 9	0,993 6	0,952 7	0,833 8	0,623 0
	6									1	1	0,999 1	0,989 4	0,945 2	0,828 1
	7											0,999 9	0,998 4	0,987 7	0,945 3
	8												0,999 9	0,998 3	0,989 3
	9												1	0,999 9	0,999 0
	10													1	1
$N = 15$	0	0,860 1	0,738 6	0,633 3	0,542 1	0,463 3	0,395 3	0,336 7	0,286 3	0,243 0	0,205 9	0,035 2	0,004 7	0,000 5	0,000 0
	1	0,990 4	0,964 7	0,927 0	0,880 9	0,829 0	0,773 8	0,716 8	0,659 7	0,603 5	0,549 0	0,167 1	0,035 3	0,005 2	0,000 5
	2	0,999 6	0,997 0	0,990 6	0,979 7	0,963 8	0,942 9	0,917 1	0,887 0	0,853 1	0,815 9	0,398 0	0,126 8	0,027 1	0,003 7
	3	1	0,999 8	0,999 2	0,997 6	0,994 5	0,989 6	0,982 5	0,972 7	0,960 1	0,944 5	0,648 2	0,296 9	0,090 5	0,017 6
	4		1	0,999 9	0,999 8	0,999 4	0,998 6	0,997 2	0,995 0	0,991 8	0,987 3	0,835 8	0,515 5	0,217 3	0,059 2
	5			1	1	1	0,999 9	0,999 7	0,999 3	0,998 7	0,997 8	0,938 9	0,721 6	0,403 2	0,150 9
	6						1	1	0,999 9	0,999 9	0,999 7	0,981 9	0,868 9	0,609 8	0,303 6
	7								1	1	1	0,995 8	0,950 0	0,786 9	0,500 0
	8											0,999 2	0,984 8	0,905 0	0,696 4
	9											0,999 9	0,996 3	0,966 2	0,849 1
	10											1	0,999 3	0,990 7	0,940 8
	11												0,999 9	0,998 1	0,982 4
	12												1	0,999 7	0,996 3
	13													1	0,999 5
	14														1
	15														

Taille de l'échantillon	k	p = 1 %	p = 2 %	p = 3 %	p = 4 %	p = 5 %	p = 6 %	p = 7 %	p = 8 %	p = 9 %	p = 10 %	p = 20 %	p = 30 %	p = 40 %	p = 50 %
$N = 20$	0	0,817 9	0,667 6	0,543 8	0,442 0	0,358 5	0,290 1	0,234 2	0,188 7	0,151 6	0,121 6	0,011 5	0,000 8	—	—
	1	0,983 1	0,940 1	0,880 2	0,810 3	0,735 8	0,660 5	0,586 9	0,516 9	0,451 6	0,391 7	0,069 2	0,007 6	0,000 5	—
	2	0,999 0	0,992 9	0,979 0	0,956 1	0,924 5	0,885 0	0,839 0	0,787 9	0,733 4	0,676 9	0,206 1	0,035 5	0,003 6	0,000 2
	3	1	0,999 4	0,997 3	0,992 6	0,984 1	0,971 0	0,952 9	0,929 4	0,900 7	0,867 0	0,411 4	0,107 1	0,016 0	0,001 3
	4		1	0,999 7	0,999 0	0,997 4	0,994 4	0,989 3	0,981 7	0,971 0	0,956 8	0,629 6	0,237 5	0,051 0	0,005 9
	5			1	0,999 9	0,999 7	0,999 1	0,998 1	0,996 2	0,993 2	0,988 7	0,804 2	0,416 4	0,125 6	0,020 7
	6				1	1	0,999 9	0,999 7	0,999 4	0,998 7	0,997 6	0,913 3	0,608 0	0,250 0	0,057 7
	7						1	1	0,999 9	0,999 8	0,999 6	0,967 9	0,772 3	0,415 9	0,131 6
	8								1	1	0,999 9	0,990 0	0,886 7	0,595 6	0,251 7
	9										1	0,997 4	0,952 0	0,755 3	0,411 9
	10											0,999 4	0,982 9	0,872 5	0,588 1
	11											0,999 9	0,994 9	0,943 5	0,748 3
	12											1	0,998 7	0,979 0	0,868 4
	13												0 999 7	0,993 5	0,942 3
	14												1	0,998 4	0,979 3
	15													0,999 7	0,994 1
	16													1	0,998 7
	17														0,999 8
	18														1
	19														
	20														

(suite)

Taille de l'échantillon	k	p = 1 %	p = 2 %	p = 3 %	p = 4 %	p = 5 %	p = 6 %	p = 7 %	p = 8 %	p = 9 %	p = 10 %	p = 20 %	p = 30 %	p = 40 %	p = 50 %
	0	0,739 7	0,545 5	0,401 0	0,293 9	0,214 6	0,156 3	0,113 4	0,082 0	0,059 1	0,042 4	0,001 2	0,000 0	—	—
	1	0,963 9	0,879 4	0,773 1	0,661 2	0,553 5	0,455 5	0,369 4	0,295 8	0,234 3	0,183 7	0,010 5	0,000 3	—	—
	2	0,996 7	0,978 3	0,939 9	0,883 1	0,812 2	0,732 4	0,648 8	0,565 4	0,485 5	0,411 4	0,044 2	0,002 1	0,000 0	—
	3	0,999 8	0,997 1	0,988 1	0,969 4	0,939 2	0,897 4	0,845 0	0,784 2	0,717 5	0,647 4	0,122 7	0,009 3	0,000 3	—
	4	0,999 9	0,999 6	0,998 2	0,993 7	0,984 4	0,968 5	0,944 7	0,912 6	0,872 3	0,824 5	0,255 2	0,030 2	0,001 5	0,000 0
	5	1	1	0,999 7	0,998 9	0,996 7	0,992 1	0,983 8	0,970 7	0,951 9	0,926 8	0,427 5	0,076 6	0,005 7	0,000 2
	6			1	0,999 9	0,999 4	0,998 3	0,996 0	0,991 8	0,984 8	0,974 2	0,607 0	0,159 5	0,017 2	0,000 7
	7				1	0,999 9	0,999 7	0,999 2	0,998 0	0,995 9	0,992 2	0,760 8	0,281 4	0,043 5	0,002 6
	8					1	0,999 9	0,999 9	0,999 6	0,999 0	0,998 0	0,871 3	0,431 5	0,094 0	0,008 1
	9						1	1	0,999 9	0,999 8	0,999 5	0,938 9	0,588 8	0,176 3	0,021 4
	10								1	1	0,999 9	0,974 4	0,730 4	0,291 5	0,049 4
	11										1	0,990 5	0,840 7	0,431 1	0,100 2
	12											0,996 9	0,915 5	0,578 5	0,180 8
	13											0,999 1	0,959 9	0,714 5	0,292 3
	14											0,999 8	0,983 1	0,824 6	0,427 8
N = 30	15											1	0,993 6	0,902 9	0,572 2
	16												0,997 9	0,951 9	0,707 7
	17												0,999 4	0,979 8	0,819 2
	18												0,999 8	0,991 7	0,899 8
	19												1	0,997 1	0,950 6
	20													0,999 1	0,978 6
	21													0,999 8	0,991 9
	22													1	0,997 4
	23														0,999 3
	24														0,999 8
	25														1
	26														
	27														
	28														
	29														
	30														

Taille de l'échantillon	k	p = 1 %	p = 2 %	p = 3 %	p = 4 %	p = 5 %	p = 6 %	p = 7 %	p = 8 %	p = 9 %	p = 10 %	p = 20 %	p = 30 %	p = 40 %	p = 50 %
	0	0,605 0	0,364 2	0,218 1	0,129 9	0,076 9	0,045 3	0,026 6	0,015 5	0,009 0	0,005 2	—	—	—	—
	1	0,910 6	0,735 8	0,555 3	0,400 5	0,279 4	0,190 0	0,126 5	0,082 7	0,053 2	0,033 8	0,000 2	—	—	—
	2	0,986 2	0,921 6	0,810 8	0,676 7	0,540 5	0,416 2	0,310 8	0,226 0	0,160 5	0,111 7	0,001 3	—	—	—
	3	0,998 4	0,982 2	0,937 2	0,860 9	0,760 4	0,647 3	0,532 7	0,425 3	0,330 3	0,250 3	0,005 7	0,000 0	—	—
	4	0,999 9	0,996 8	0,983 2	0,951 0	0,896 4	0,820 6	0,729 0	0,629 0	0,527 7	0,431 2	0,018 5	0,000 2	—	—
	5	1	0,999 5	0,996 3	0,985 6	0,962 2	0,922 4	0,865 0	0,791 9	0,707 2	0,616 1	0,048 0	0,000 7	—	—
	6		0,999 9	0,999 3	0,996 4	0,988 2	0,971 1	0,941 7	0,898 1	0,840 4	0,770 2	0,103 4	0,002 5	0,000 0	—
	7		1	0,999 9	0,999 2	0,996 8	0,990 6	0,978 0	0,956 2	0,923 2	0,877 9	0,190 4	0,007 3	0,000 1	—
	8			1	0,999 9	0,999 2	0,997 3	0,992 7	0,983 4	0,967 2	0,942 1	0,307 3	0,018 3	0,000 2	—
	9				1	0,999 8	0,999 3	0,997 8	0,994 4	0,987 5	0,975 5	0,443 7	0,040 2	0,000 8	—
	10					1	0,999 8	0,999 4	0,998 3	0,995 7	0,990 6	0,583 6	0,080 9	0,002 2	—
	11						1	0,999 9	0,999 5	0,998 7	0,996 8	0,710 7	0,139 0	0,005 7	0,000 0
	12							1	0,999 9	0,999 6	0,999 0	0,813 9	0,222 9	0,013 3	0,000 2
	13								1	0,999 9	0,999 7	0,889 4	0,327 9	0,028 0	0,000 5
	14									1	0,999 9	0,939 3	0,446 8	0,054 0	0,001 3
	15										1	0,969 2	0,569 2	0,095 5	0,003 3
	16											0,985 6	0,683 9	0,156 1	0,007 7
	17											0,993 7	0,782 2	0,236 9	0,016 4
	18											0,997 5	0,859 4	0,335 6	0,032 5
N = 50	19											0,999 1	0,915 2	0,446 5	0,059 5
	20											0,999 7	0,952 2	0,561 0	0,101 3
	21											0,999 9	0,974 9	0,670 1	0,161 1
	22											1	0,987 7	0,766 0	0,239 9
	23												0,994 4	0,843 8	0,335 9
	24												0,997 6	0,902 2	0,443 9
	25												0,999 1	0,942 7	0,556 1
	26												0,999 7	0,968 6	0,664 1
	27												0,999 9	0,984 0	0,760 1
	28												1	0,992 4	0,838 9
	29													0,996 6	0,898 7
	30													0,998 6	0,940 5
	31													0,999 5	0,967 5
	32													0,999 8	0,983 6
	33													0,999 9	0,992 3
	34													1	0,996 7
	35														0,998 7
	36														0,999 5
	37														0,999 8
	38														1



Fonction de répartition
de la loi de Laplace-Gauss

Probabilité d'une valeur inférieure à t :

$$\pi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t} e^{-t^2/2}\, dt\,.$$

t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0.5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0.5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0.2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0.5948	0.5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0.6217	0,6255	0,6293	0.6331	0.6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0.6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0.6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7290	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0.7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0.8264	0.8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0.8461	0,8485	0,8508	0,8531	0.8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0.8643	0,8665	0.8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0.8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9779	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0.9830	0,9834	0,9838	0,9842	0.9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2.6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2.7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0.9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0.9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0.9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

Table pour les grandes valeurs de t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(t)$	0,99865	0,99904	0,99931	0,99952	0,99966	0,99976	0,999841	0,999928	0,999968	0,999997

Nota. — La table donne les valeurs de $\Pi(t)$ pour t positif. Lorsque t est négatif il faut prendre le complément à l'unité de la valeur lue dans la table.

Exemple : pour $t = -1.37$ $\Pi(t) = 0.9147$
pour $t = 1.37$ $\Pi(t) = 0.0853$.

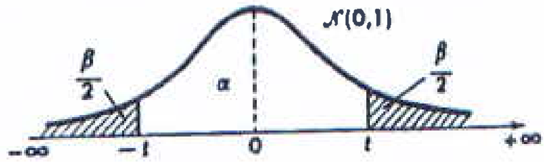
TABLE DE LA LOI NORMALE, CENTRÉE, RÉDUITE $\mathcal{N}(0,1)$
(DITE TABLE DE L'ÉCART-RÉDUIT)

La table donne la probabilité β pour que l'écart-réduit Z égale ou dépasse, en valeur absolue, une valeur donnée t, c'est-à-dire la probabilité extérieure à l'intervalle $(-t, +t)$.

$$\beta = 1 - \alpha$$

où

$$\alpha = \Pr\{-t \leqslant Z \leqslant +t\}$$



$$\beta = 2[1 - \Pi(t)]$$

β	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	∞	2,576	2,326	2,170	2,064	1,960	1,881	1,812	1,751	1,695
0,10	1,645	1,598	1,555	1,514	1,476	1,440	1,405	1,372	1,341	1,311
0,20	1,282	1,254	1,227	1,200	1,175	1,150	1,126	1,103	1,080	1,058
0,30	1,036	1,015	0,994	0,974	0,954	0,935	0,915	0,896	0,878	0,860
0,40	0,842	0,824	0,806	0,789	0,772	0,755	0,739	0,722	0,706	0,690
0,50	0,674	0,659	0,643	0,628	0,613	0,598	0,583	0,568	0,553	0,539
0,60	0,524	0,510	0,496	0,482	0,468	0,454	0,440	0,426	0,412	0,399
0,70	0,385	0,372	0,358	0,345	0,332	0,319	0,305	0,292	0,279	0,266
0,80	0,253	0,240	0,228	0,215	0,202	0,189	0,176	0,164	0,151	0,138
0,90	0,126	0,113	0,100	0,088	0,075	0,063	0,050	0,038	0,025	0,013

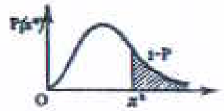
La probabilité β s'obtient par addition des nombres inscrits en marge.

Ex : Pour $Z = 1{,}96$ la probabilité est $\beta = 0{,}00 + 0{,}05 = 0{,}05$.

TABLE POUR LES PETITES VALEURS DE β

β	0,001	0,000 1	0,000 01	0,000 001	0,000 000 1	0,000 000 01	0,000 000 001
Z	3,290 53	3,890 59	4,417 17	4,891 64	5,326 72	5,730 73	6,109 41

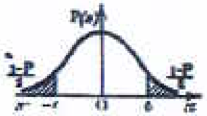
LOI DU χ^2. — Valeurs de χ^2 ayant la probabilité 1 — P d'être dépassées.



ν \ $1-P$	0,995	0,990	0,975	0,950	0,900	0,80	0,70	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,025	0,010	0,005	0,001
1		0,000 2	0,001 0	0,003 9	0,015 8	0,064 2	0,148	0,455	1,07	1,64	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88	10,8
2	0,010 0	0,020 1	0,050 6	0,103	0,211	0,446	0,713	1,39	2,41	3,22	4,61	5,99	7,38	9,21	10,6	13,8
3	0,071 7	0,115	0,216	0,352	0,584	1,01	1,42	2,37	3,67	4,64	6,25	7,82	9,35	11,3	12,8	16,3
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,06	1,65	2,20	3,36	4,88	5,99	7,78	9,59	11,1	13,3	14,9	18,5
5	0,412	0,554	0,831	1,15	1,61	2,34	3,00	4,35	6,06	7,29	9,24	11,1	12,8	15,1	16,7	20,5
6	0,676	0,872	1,24	1,64	2,20	3,07	3,83	5,35	7,23	8,56	10,6	12,6	14,4	16,8	18,5	22,5
7	0,989	1,24	1,69	2,17	2,83	3,82	4,67	6,35	8,38	9,80	12,0	14,1	16,0	18,5	20,3	24,3
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	4,59	5,53	7,34	9,52	11,0	13,4	15,5	17,5	20,1	22,0	26,1
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	5,38	6,39	8,34	10,7	12,2	14,7	16,9	19,0	21,7	23,6	27,9
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	6,18	7,27	9,34	11,8	13,4	16,0	18,3	20,5	23,2	25,2	29,6
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	6,99	8,15	10,3	12,9	14,6	17,3	19,7	21,9	24,7	26,8	31,3
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	7,81	9,03	11,3	14,0	15,8	18,5	21,0	23,3	26,2	28,3	32,9
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	8,63	9,93	12,3	15,1	17,0	19,8	22,4	24,7	27,7	29,8	34,5
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	9,47	10,8	13,3	16,2	18,2	21,1	23,7	26,1	29,1	31,3	36,1
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	10,3	11,7	14,3	17,3	19,3	22,3	25,0	27,5	30,6	32,8	37,7
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	11,2	12,6	15,3	18,4	20,5	23,5	26,3	28,8	32,0	34,3	39,3
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,1	12,0	13,5	16,3	19,5	21,6	24,8	27,6	30,2	33,4	35,7	40,8
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,9	12,9	14,4	17,3	20,6	22,8	26,0	28,9	31,5	34,8	37,2	42,3
19	6,84	7,63	8,91	10,1	11,7	13,7	15,4	18,3	21,7	23,9	27,2	30,1	32,9	36,2	38,6	43,8
20	7,43	8,26	9,59	10,9	12,4	14,6	16,3	19,3	22,8	25,0	28,4	31,4	34,2	37,6	40,0	45,3
21	8,03	8,90	10,3	11,6	13,2	15,4	17,2	20,3	23,9	26,2	29,6	32,7	35,5	38,9	41,4	46,8
22	8,64	9,54	11,0	12,3	14,0	16,3	18,1	21,3	24,9	27,3	30,8	33,9	36,8	40,3	42,8	48,3
23	9,26	10,2	11,7	13,1	14,8	17,2	19,0	22,3	26,0	28,4	32,0	35,2	38,1	41,6	44,2	49,7
24	9,89	10,9	12,4	13,8	15,7	18,1	19,9	23,3	27,1	29,6	33,2	36,4	39,4	43,0	45,6	51,2
25	10,5	11,5	13,1	14,6	16,5	18,9	20,9	24,3	28,2	30,7	34,4	37,7	40,6	44,3	46,9	52,6
26	11,2	12,2	13,8	15,4	17,3	19,8	21,8	25,3	29,2	31,8	35,6	38,9	41,9	45,6	48,3	54,1
27	11,8	12,9	14,6	16,2	18,1	20,7	22,7	26,3	30,3	32,9	36,7	40,1	43,2	47,0	49,6	55,5
28	12,5	13,6	15,3	16,9	18,9	21,6	23,6	27,3	31,4	34,0	37,9	41,3	44,5	48,3	51,0	56,9
29	13,1	14,3	16,0	17,7	19,8	22,5	24,6	28,3	32,5	35,1	39,1	42,6	45,7	49,6	52,3	58,3
30	13,8	15,0	16,8	18,5	20,6	23,4	25,5	29,3	33,5	36,3	40,3	43,8	47,0	50,9	53,7	59,7

Observation. — Lorsque $\nu > 30$ on peut admettre que la quantité $\sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2\nu} - 1$ suit une loi normale réduite.

LOI DE STUDENT-FISCHER.
Valeurs (absolues) de t ayant la probabilité $1 - P$ d'être dépassées.

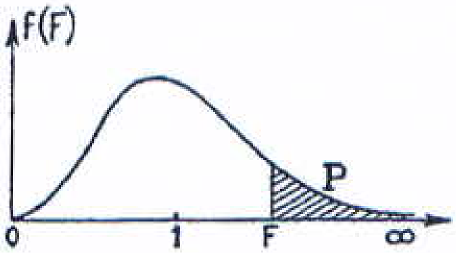


ν \ $1-P$	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,767	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,929
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,258	0,392	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,257	0,392	0,534	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	3,567	2,898	3,965
18	0,127	0,257	0,392	0,534	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,257	0,391	0,533	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,257	0,391	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,257	0,391	0,532	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,256	0,390	0,532	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,256	0,390	0,532	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,256	0,390	0,531	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,392	2,797	3,745
25	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,256	0,389	0,531	0,684	0,855	1,057	0,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,855	1,056	1,289	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,282	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,313	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	0,126	0,255	0,388	0,529	0,681	0,851	1,050	1,311	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
80	0,126	0,254	0,387	0,527	0,679	0,848	1,046	1,310	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
120	0,126	0,254	0,386	0,526	0,677	0,845	1,041	1,303	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373
∞	0,126	0,253	0,385	0,524	0,674	0,842	1,036	1,296	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

TABLE DE DISTRIBUTION DE F

(Variable de Snedecor ou de Fisher)

Valeurs de F ayant la probabilité $P = 0{,}05$ d'être dépassées $\left(F = s_1^2 / s_2^2\right)$

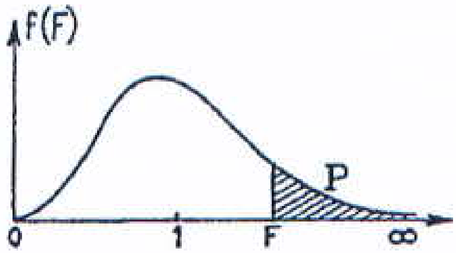


ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12
1	161,4	199,5	215,7	224,6,	230,2	234,0	236,8	238,9	240,5	241,9	243,9
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40	19,41
3	1,013	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,74
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,00
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,57
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,28
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07
10	4,94	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,79
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,69
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,60
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,53
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,23
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,20
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,18
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,16
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20	2,13
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,10
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,09
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,00
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,92
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,09	2,02	1,96	1,91	1,83
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,75

TABLE DE DISTRIBUTION DE *F*

(Variable de Snedecor ou de Fisher)

Valeurs de *F* ayant la probabilité $P = 0{,}05$ d'être dépassées $\left(F = s_1^2 / s_2^2\right)$



ν_2 \ ν_1	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	245,9	248,0	249,1	250,1	251,1	252,2	253,3	254,3
2	19,43	19,45	19,45	19,46	19,47	19,48	19,49	19,50
3	8,70	8,66	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53
4	5,86	5,80	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66	5,63
5	4,62	4,56	4,53	4,50	4,46	4,43	4,40	4,36
6	3,94	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70	3,67
7	3,51	3,41	3,41	3,38	3,34	3,30	3,27	3,23
8	3,22	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97	2,93
9	3,01	2,94	2,90	2,86	2,83	2,79	2,75	2,71
10	2,85	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58	2,54
11	2,72	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45	2,40
12	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34	2,30
13	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,25	2,21
14	2,46	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	2,18	2,13
15	2,40	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	2,11	2,07
16	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01
17	2,31	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01	1,96
18	2,27	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97	1,92
19	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88
20	2,20	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84
21	2,18	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81
22	2,15	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78
23	2,13	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76
24	2,11	2,01	1,98	1,94	1,89	1,84	1,79	1,73
25	2,09	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,71
26	2,07	1,99	1,95	1,90	1,85	1,80	1,75	1,69
27	2,06	1,97	1,93	1,88	1,84	1,79	1,73	1,67
28	2,04	1,96	1,91	1,87	1,82	1,77	1,71	1,65
29	2,03	1,94	1,90	1,85	1,81	1,75	1,70	1,64
30	2,01	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68	1,62
40	1,92	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58	1,51
60	1,84	1,75	1,70	1,65	1,59	1,53	1,47	1,39
120	1,75	1,66	1,61	1,55	1,50	1,43	1,35	1,25
∞	1,67	1,57	1,52	1,46	1,39	1,32	1,22	1,00