

UNIVERSITE PARIS 2 PANTHEON-ASSAS

Session	Septembre 2018
Année d'étude	Première année de licence économie-gestion mention sciences économiques
Discipline	Mathématiques 2
Titulaire du cours	Mme Morhaim
Durée	1h30
Documents et matériel autorisés :	Aucun document n'est autorisé. La calculatrice n'est pas autorisée.

Toute affirmation doit être justifiée.

Exercice 1

On considère les ensembles suivants. Représenter chacun d'eux dans un repère orthonormé et préciser pour chacun d'eux s'il est ou non : ouvert, fermé, borné, compact, convexe.

- a) $E_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / -2x + 5y < 4\}$
- b) $E_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 26 \leq x^2 + y^2 + 1 < 50\}$

Exercice 2

- 1) Optimiser **par la méthode de Lagrange** la fonction $f(x, y) = 2x + y + 4$ définie sur \mathbb{R}^2 sous la contrainte $2x^2 + y^2 - xy = 1$.
- 2) Que peut-on en déduire quant à l'optimisation de la fonction $f_1(x, y) = e^{2x+y+4}$ définie sur \mathbb{R}^2 sous la contrainte $2x^2 + y^2 - xy = 1$?

Exercice 3

- 1) Les suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de terme général suivant convergent-elles ?
 - a) $u_n = \frac{(-1)^n}{2n+1}$
 - b) $u_n = 5 \times (-1)^n$
- 2) Donner le terme général des suites définies sur \mathbb{N} par :
 - a) $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} - u_{n+1} - 6u_n = 0$
 - b) $\forall n \in \mathbb{N}, v_{n+2} - v_{n+1} - 6v_n = 2n + 5$

Exercice 4

- 1) Calculer $\int_1^2 x^3(x^4 + 2)^3 dx$ (on pourra utiliser le changement de variable $t = x^4 + 1$).
- 2) a) Soit y et z deux réels tels que $z > 1$. Calculer $\int_1^z yx \ln(x) dx$ en fonction de y et z .
- b) Rappeler la définition d'une densité sur un intervalle I de \mathbb{R} . La fonction $f(x) = yx \ln(x)$ peut-elle être une densité sur $[1, 4]$?
On donne $\ln 2 = 0,6931$
- c) Soit $k > 0$. La fonction f suivante peut-elle être une densité sur \mathbb{R} ?

$$f(x) = \begin{cases} 8 + 5x & \text{si } x \in [0, k] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$