

Session :	Mai 2021.
Année d'étude :	Première année de licence économie-gestion mention économie et gestion.
Discipline :	Statistiques 2 (Unité d'Enseignements Fondamentaux 2).
Titulaire du cours :	M. Lorenzo BASTIANELLO.
Document(s) autorisé(s) :	Calculatrice autorisée. Le téléphone portable n'est pas autorisé comme calculette. Documents interdits, ainsi que tout appareil électronique permettant une connexion à distance.

*Examen de Statistiques 2 (5299)***Indications et consignes :**

- La qualité de la présentation et la tenue de la copie peuvent faire l'objet de points négatifs.
- Toutes communications, quelle que soit leur nature, sont interdites.
- *Le barème est donné à titre indicatif et est susceptible d'être modifié.*

Exercice 1. (5 points) La taille d'un homme adulte suit une loi normale de moyenne 175cm et écart type 7cm. La taille d'une femme adulte suit aussi une loi normale de moyenne 165cm et écart type 6cm.

1. (2 point) Quelle est la probabilité qu'un homme adulte doit se baisser devant une porte qui mesure 170cm ? Et pour une femme adulte ?
2. (1 point) Calculer la hauteur de la porte telle que au moins 95% d'hommes puissent passer sans se baisser.
3. (2 point) On tire au hasard 10 hommes. Soit T la variable aléatoire qui compte le nombre d'hommes plus grands de 186.5cm. Quelle loi suit T ? Calculer son espérance et sa variance. Calculer la probabilité que exactement deux hommes sur 10 soient plus grand que 186.5cm.

Exercice 2. (8 points) Soit X une variable aléatoire continue avec fonction de densité

$$f(x) = \begin{cases} cx^2 & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

1. (1 point) Donner les propriétés qu'une fonction de densité doit satisfaire.
2. (1 point) Trouver la constante $c \in \mathbb{R}$.
3. (2 points) Donner la définition rigoureuse de $\mathbb{E}(X)$ et $V(X)$ dans le cas où X est une variable aléatoire continue. Calculer $\mathbb{E}(X)$ et $V(X)$ pour X avec densité f ci-dessus.
4. (3 points) Donner la définition de fonction de répartition F . Écrire les propriétés qu'une fonction de répartition doit satisfaire. Calculer la fonction de répartition pour X avec densité f ci-dessus.

5. (1 point) Calculer $P(X \geq \frac{3}{2})$.

Exercice 3. (4 point) Soit X une variable aléatoire exponentielle de paramètre θ .

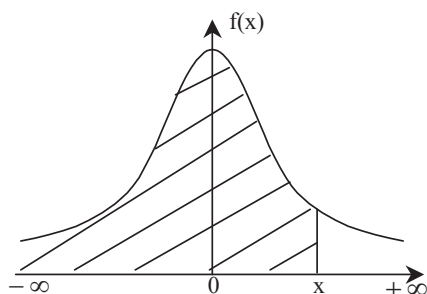
1. (1 point) Donner la fonction de densité de X .
2. (3 points) Montrer que la loi exponentielle est “sans mémoire”, c’est à dire, montrer que si $t, s > 0$ alors $P(X > t + s | X > t) = P(X > s)$.

Exercice 4. (3 point) Soit $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ et $\mathcal{A}$ la collection d’ensembles, $\mathcal{A} = \{\emptyset, \Omega, \{\omega_2\}, \{\omega_1, \omega_3\}\}$. Soit $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction telle que $X(\omega_1) = 3$, $X(\omega_2) = X(\omega_3) = 0$.

1. (2 points) Donner la définition de variable aléatoire. Est ce que X est une variable aléatoire sur $(\Omega, \mathcal{A})$? Justifier.
2. (1 point) Donner un exemple de variable aléatoire sur $(\Omega, \mathcal{A})$.

Loi Normale centrée réduite

Probabilité de trouver une valeur inférieure à x.



$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

X	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998

Table pour les grandes valeurs de x :

x	3	3,2	3,4	3,6	3,8	4	4,2	4,4	4,6	4,8
F(x)	0,99865003	0,99931280	0,99966302	0,99984085	0,99992763	0,99996831	0,99998665	0,99999458	0,99999789	0,99999921