Economie de l'incertain et de l'information L3 (4304)

Durée de l'epreuve: 3h - Aucun document ni calculatrice ne sont autorisés

Exercice 1

Considérons un individu possédant une voiture de valeur $v = 2$ (Il ne possède pas d'autre richesse). Avec une probabilité $1/2$ l'individu a un accident détruisant sa voiture (dans ce cas il perd 2) et avec une probabilité $1/2$ il n'a pas d'accident. Nous noterons X la variable aléatoire décrivant le taux de sinistralité auquel fait face l'individu.

Cet individu a la possibilité de contracter une assurance lui permettant de toucher une indemnité $I = a2X$ si il paye une prime d'assurance $p = (1+\lambda)E(I)$. Les variables a et λ représentent respectivement le taux de couverture (choisi par l'agent) et le taux de charge (compris entre 0 et 1).

Nous noterons $u(.)$ la fonction d'utilité décrivant les préférences de cet individu.

1) Ecrivez, en fonction des seules variables a et λ la richesse de l'individu si il subit un accident.

2) Même question dans le cas où il ne subirait pas d'accident.

3) Déduisez-en l'expression de l'espérance d'utilité de cet individu.

4) Considérons que $u(x) = \ln(x)$, calculez a^*, le taux de couverture choisit par l'individu.

5) Reprenez la question précédente pour $u(x) = x^2$.

Exercice 2

Soit un individu dont la fonction d'utilité est $u(x) = \sqrt{x}$. Cet individu déclare être indifférent entre recevoir 9 euros avec certitude et recevoir une loterie lui permettant de ganger 16 euros avec une probabilité p et une somme S avec une probabilité $1 - p$.

1) Déterminez la valeur de S en fonction de p. Comment cette somme varie-t-elle avec p? Comment expliquez vous cette relation?

2) La prime de risque que l'individu associe à la loterie $[(p, 1-p), (16, S)]$ (avec S la somme déterminée à la question précédente) est $\Pi = 8p - 3$. Déterminez la valeur de p.

Exercice 3

Soit un individu dont les préférences sont décrites par la fonction d'utilité suivante:

$$u(x) = -\exp(-\beta x)$$

β pouvant être positif ou négatif. Cet individu posséde la loterie suivante: $L = [(p, 1-p), (1, 0)]$ avec $p > 1/2$.

1) Déterminez l'espérance et la variance de la loterie L. Comment cette variance varie-t-elle avec p?

2) On constate que lorsque que p augmente, la valeur de la prime de risque que l'individu associe à cette loterie augmente également. A votre avis cet individu est-il risquophobe, risquophile ou neutre au risque? Justifiez soigneusement votre réponse.

Exercice 4

Plaçons nous dans le cadre du problème d'aléa moral entre un employeur et un travailleur vu en cours. Nous constatons que l'employeur propose un contrat qui fixe exactement le même salaire que les profits de l'entreprise soient hauts ou bas. Pour chacune des hypothéses suivantes a), b), c) et d), dite si elle est suceptible d'expliquer ce résultat. Justifiez chacune de vos réponses en quelques lignes.

a) L'effort est inobservable et l'agent est neutre au risque.

b) L'effort est inobservable et l'agent est averse au risque.

c) L'effort est observable et l'agent est neutre au risque.

d) L'effort est observable et l'agent est averse au risque.

Remarque: Il est possible que plusieurs hypothéses ou qu'au contraire aucune hypothése ne justifie le résultat.

Exercice 5

Soit le propriétaire d'une firme qui souhaite employer un travailleur. Il propose à ce dernier un contrat stipulant un nombre d'heures hebdomadaires l ainsi qu'un salaire w (hebdomadaire également). Nous supposerons que l heures de travail de la part du salarié permet de produire $f(l) = \sqrt{l}$ unités de bien vendues au prix unitaire $p = 1$. Le profit du propriétaire est donc:

$$\pi(w, l) = f(l) - w \tag{1}$$

Il existe deux types de salariés se différenciant par l'utilité marginale qu'ils retirent du salaire. Les salariés de type 1 ont une utilité marginale égale à θ_1 alors que les salariés du type 2 ont une utilité marginale égale à θ_2 avec $\theta_2 > \theta_1 > 0$. Par contre les deux types de salariés ont la même désutilité par heure travaillée, notée d. Ainsi, l'utilité d'un salarié de type i est:

$$u_i(w, l) = \theta_i w - d.l$$

La proportion de salariés de type 1 dans la population est notée $q \in (0,1)$. Enfin, nous supposerons que les deux types de travailleurs ont une utilité de réservation égale à 0.

1) Considérons le cas d'information symétrique. Posez le problème du propriétaire dans ce cas. Quel contrat optimal le principal offre à chaque type de salarié?

2) Passons au cas d'information asymétrique. Posez le problème du propriétaire si il souhaite inciter chaque type d'agent à choisir le contrat qui lui est destiné.

3) Dans le cadre de cet exercice, certains résultats montrés en cours peuvent être admis: *(i)* la contrainte de participation de l'agent 1 ainsi que la contrainte d'incitation de l'agent 2 sont saturées; *(ii)* la contrainte d'incitation de l'agent 1 ainsi que la contrainte de participation de l'agent 2 peuvent être négligées; et *(iii)* l'employeur propose aux agent de type 2 le même nombre d'heures qu'il leur proposait dans le cas d'information complète. A partir de ces résultats, réécrivez le problème du propriétaire comme un problème de maximisation sans contrainte en fonction de la seule variable l_1.

4) Résolvez ce problème, déduisez en le contrat optimal offert aux agents de type 1 dans le cas d'information asymétrique.

5) Le nombre d'heures proposées aux travailleurs de type 1 est-il plus élevé ou plus faible dans le cas d'information incomplète? Pourquoi?

6) Qui sont les gagnants et les perdants du passage d'une situation d'information omplète à une situation d'information incomplète. Justifiez votre réponse.