

Les documents et les calculatrices ne sont pas autorisés.

Exercice 1

On considère la fonction f d'une variable réelle définie par : $f(x) = 2 \ln(x - 2) - x^2 + 10$.

- Quel est l'ensemble de définition D_f de f ?
- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x-2)}{x^2}$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- Montrer que f est strictement concave sur $]2, +\infty[$.
- Etudier les extrema de f sur $]2, +\infty[$.
- Etudier les extrema de f sur $[10, 20]$.

Exercice 2

Etudier les extrema des fonctions suivantes sur leur ensemble de définition:

- $f(x) = 2x^3 - 10x^2 + 6x$.
- $f(x) = x \ln x - 5$.

Exercice 3

On considère la fonction f d'une variable réelle définie sur son ensemble de définition par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x + \ln 4 - \ln(4 - x^2)}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 2 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

- Quel est l'ensemble de définition de f ?
- Calculer la limite de f quand x tend vers 0, f est elle continue en 0 ?
- Montrer que f est dérivable pour $x \neq 0$ et calculer $f'(x)$ pour $x \neq 0$.
- Montrer que f est dérivable en 0 en utilisant la définition. Que vaut donc $f'(0)$?

Exercice 4 On considère la fonction de deux variables f définie par:

$$f(x_1, x_2) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} + 2$$

- Quel est l'ensemble de définition D_f de f ?
- Calculer les dérivées partielles de f sur D_f .
- Calculer la différentielle de f en $(1, 1)$ notée $df(1, 1)$.
- Donner une valeur approchée de $f(1,06; 1,01)$ à l'aide de $df(1, 1)$.