

Les documents et les calculatrices ne sont pas autorisés.

Exercice 1

Résoudre le problème suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Maximiser } f(x_1, x_2) = x_1x_2 - x_1^2 - x_2^2 \\ 2x_1 + x_2 \geq 5 \\ x_2 \geq 3 \end{array} \right.$$

Exercice 2

On considère le problème de calcul des variations suivant:

$$\begin{aligned} \text{Maximiser } \int_0^3 [-3\dot{x}^2(t) - 12x^2(t) - 9x(t) + 3x(t)\dot{x}(t)] dt \\ x(0) = 1/8 \\ x(3) = 5/8 \end{aligned}$$

- Ecrire l'équation d'Euler-Lagrange associée à ce problème.
- Résoudre l'équation d'Euler-Lagrange.
- Résoudre le problème.

Exercice 3

On considère le problème de contrôle optimal suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Maximiser } \int_0^6 -3v^2(t)dt + x(6) \\ \dot{x}(t) = 2x(t) - v(t) \\ x(0) = 1, \quad v(t) \in \mathbb{R} \end{array} \right.$$

- Ecrire le Hamiltonien du problème.
- Ecrire l'équation adjointe, le principe du maximum de Pontryagin et la condition de transversalité.
- Ecrire le système d'équations différentielles et les conditions aux limites satisfaites par une trajectoire optimale et la variable adjointe associée.
- Résoudre le système.
- Résoudre le problème de contrôle optimal.
- Ecrire le problème initial sous forme d'un problème de calcul des variations (sans le résoudre).