UNIVERSITE PANTHEON-ASSAS (Paris II)
Droit - Economie - Sciences Sociales
Assas

Session:	Janvier 2018
Année d'étude:	Troisième année de Licence économie-gestion Mention sciences économiques Parcours économie managériale et industrielle
Discipline:	**Théorie des jeux et stratégie de l'entreprise** (Unité d'enseignements fondamentaux 1)
Titulaire du cours:	Mme Christine HALMENSCHLAGER

Attention: l'usage des calculettes - programmables ou non - smartphones, tablettes, etc ... n'est pas autorisé.

Il sera pris en considération dans la notation la qualité de la rédaction et de la présentation des copies.

Toute réponse devra être justifiée.

Exercice 1 - le jeu de cartes "Sunnyville"

Les enfants de Sunnyville, jolie petite ville baignée par la mer et le soleil, ont l'habitude de jouer à un jeu de carte assez pittoresque. Deux joueurs s'affrontent : le joueur "Plage" et le joueur "Mer". Le joueur "Mer" dispose de 3 cartes : "Trempette", "Bateau" et "Water-Polo". Le joueur "Plage" a 3 autres cartes : "Bronzette", "Château" et "Beach-Volley". Les deux joueurs choisissent simultanément une carte. Chaque joueur la pose devant lui, face visible. Le résultat du jeu est donné par la matrice des paiements suivante :

		Mer		
		Trempette	*Bateau*	*Water − Polo*
Plage	*Bronzette*	0 6	888 x	0 5
	Château	2 -2	123 1	5 4
	Beach − Volley	6 3	999 0	1 2

où x est l'âge du capitaine.

1. Donner la(les) condition(s) selon la(les)quelle(s) une stratégie s_i domine strictement une stratégie s_i' d'un joueur i?
2. Donner les définitions littéraire et mathématique d'un équilibre de Nash en stratégies pures.
3. Déterminer le(s) équilibre(s) de Nash en stratégies *pures* et *mixtes* de ce jeu. Donner le nom des méthodes utilisées et les hypothèses permettant leur application.
4. Pour chacun des cas suivants, expliquer si ces équilibres *ainsi que* leurs paiements associés sont modifiés. Justifier précisément les réponses.

   a) le paiement 123 est remplacé par 456?

   b) tous les paiements de la matrice sont divisés par 3?

   c) tous les paiements du joueur "Plage" sont augmentés de 2?

   d) tous les paiements du joueur "Plage" sont multipliés par 2 quand le joueur "Mer" sort sa carte "Trempette"?

Exercice 2 - menace sur les parasols de Sunnyville

La société Beach Ombrelle, notée B, bénéficie depuis plusieurs années d'un accord d'exclusivité avec la jolie petite ville de Sunnyville pour proposer aux habitants et aux touristes ses services de plage (transats et parasols, boissons fraîches et chouchous). Au premier jour du printemps, le dirigeant de Beach Ombrelle constate qu'un concurrent indélicat, New Plage, noté N, s'est aussi installé sur la plage de Sunnyville. Une discussion vive s'engage alors entre les dirigeants des deux entreprises. Le patron de Beach Ombrelle, certain de son bon droit, menace alors celui de New Plage de poursuites judiciaires s'il ne retire pas ses transats et parasols de la plage de Sunnyville dans le plus bref délai.

Le dirigeant de New Plage doit donc décider de la suite. Il peut soit partir (action P) soit rester sur la plage (action R). S'il part, son paiement est égal à -1, du fait des frais occasionnés, sans rentrée d'argent. Dans ce cas, l'histoire s'arrête là, et Beach Ombrelle, qui profite de sa position de monopole, reçoit un paiement de 1. Si le dirigeant de New Plage reste sur la plage avec son matériel, décision bien entendu observée par son concurrent, alors le dirigeant de Beach Ombrelle peut choisir de poursuivre en justice New Plage (action J); dans ce cas, il est certain de gagner, mais les poursuites judiciaires sont très coûteuses : les paiements des deux entreprises sont égaux à -2. Dans le cas où, au contraire, Beach Ombrelle laisse faire l'intrus (action $\bar{J}$), son paiement est de -1, n'ayant pas l'habitude de partager "sa" plage, alors que New Plage rentre dans ses frais et reçoit un paiement de 0.

On s'attache ici à déterminer les comportements d'équilibre raisonnables dans cette situation opposant les deux spécialistes du service de plage.

1. Donner les raisons pour lesquelles cette situation est un jeu au sens de la théorie des jeux.

2. Représenter ce jeu sous forme extensive.
3. Donner la forme normale de ce jeu et la bi-matrice des gains associée.
4. Déterminer le(s) équilibre(s) de Nash en stratégies pures de ce jeu sous forme extensive.
5. Discuter de la crédibilité de ceux-ci. En déduire le(s) équilibre(s) de Nash raisonnable(s).
6. On suppose maintenant que le dirigeant de Beach Ombrelle, afin de se prémunir de tout risque éventuel, s'adjoint les services d'un avocat, qu'il rémunère d'un montant fixe f, dès le début de saison. Il paye donc ce montant f *dans tous les cas* (que son adversaire reste ou pas sur la plage) mais les services de l'avocat lui permettent d'obtenir un paiement de $1 - f$ s'il engage des poursuites judiciaires contre New Plage.

   a) Représenter ce nouveau jeu sous forme extensive.

   b) La menace de poursuite judiciaire est-elle crédible?

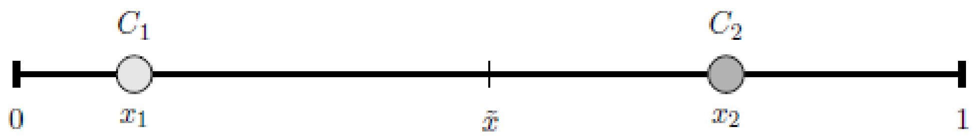
   c) Déterminer le(s) équilibre(s) de Nash en stratégies pures raisonnable(s).

   d) Donner la condition sur f pour laquelle Beach Ombrelle a raison de s'adjoindre les services d'un avocat.

7. Plus généralement, expliquer pourquoi dans ce type de jeu l'équilibre de Nash peut induire des comportements non satisfaisants.
8. Quel est le concept de solution proposé par R. Selten pour éliminer ces équilibres de Nash? Donner sa définition.

Exercice 3 - les glaciers de la rue principale de Sunnyville

Les deux glaciers de Sunnyville, notés C_1 et C_2 sont installés respectivement aux adresses x_1 et x_2 de la rue principale (et unique) de la petite ville, modélisée par le segment $[0, 1]$, où $0 \leq x_1 \leq x_2 \leq 1$. Les habitants de la ville sont suffisamment nombreux pour être assimilés à un continuum de masse 1 : une quantité $D_1 \in [0, 1]$ d'habitants de la ville achète un cornet de glace chez le glacier C_1 et le reste des habitants, $D_2 = 1 - D_1$ chez le glacier C_2.



Nous effectuons deux hypothèses :

- les glaces des deux glaciers ont la même qualité du point de vue des habitants; elles ne se différencient que par leur prix et la distance à parcourir chez l'un ou l'autre des glaciers. Nous supposons aussi que la saveur des glaces proposée et la météo continuellement estivale de Sunnyville incitent tous les habitants de la ville à se rendre chez l'un des glaciers; la question pour eux n'est pas de savoir s'ils vont acheter une glace mais chez qui;

- les deux glaciers ont le même coût de production unitaire c par glace.

Chaque habitant est caractérisé par sa position x dans la rue principale. Chaque distance d parcourue pour aller chez l'un des glaciers C_i lui "coûte" $t \times d^2$ (temps passé à se déplacer, fatigue et effort etc.), où $t > 0$ est un paramètre du modèle. De plus, la glace achetée chez le glacier C_i lui coûte monétairement p_i.

Chaque glacier C_i doit choisir le prix p_i proposé pour un cornet. Les choix des deux glaciers sont simultanés.

1. Modéliser cette situation par un jeu sous forme normale.

2. Expliquer pourquoi un habitant situé en x a la désutilité suivante s'il achète une glace chez le glacier C_i :
$$p_i + t \times (x - x_i)^2 \tag{1}$$

3. Montrer qu'un consommateur indifférent entre les deux glaciers est situé en
$$\tilde{x} = \frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{p_2 - p_1}{2t(x_2 - x_1)} \quad . \tag{2}$$
Commenter.

4. En déduire D_1 et D_2, les demandes respectives s'adressant aux deux glaciers.

5. Derminer les fonctions de meilleure réponse des deux glaciers. En déduire l'équilibre de Nash en prix :
$$\begin{cases} p_1^* &= c + \frac{t}{3} \times (x_2 - x_1)(2 + x_1 + x_2) \\ p_2^* &= c + \frac{t}{3} \times (x_2 - x_1)(4 - x_1 - x_2) \end{cases} \tag{3}$$
Donner le niveau des prix si la localisation des glaciers est extrême. Même question si les deux glaciers sont situés au même endroit de la rue. Commenter.

On donne l'expression des profits d'équilibre des deux glaciers en concurrence par les prix :
$$\begin{cases} \Pi_1(x_1, x_2) &= t/18 \times (x_2 - x_1)(2 + x_1 + x_2)^2 \\ \Pi_2(x_1, x_2) &= t/18 \times (x_2 - x_1)(4 - x_1 - x_2)^2 \end{cases} \tag{4}$$

6. Commenter : en particulier, quelle est l'influence des paramètres c et t sur les résultats de ce modèle.

Exercice 4 - les campagnes tapageuses des glaciers de Sunnyville

Installés depuis longtemps dans la rue principale de Sunnyville, nos deux fameux glaciers C_1 et C_2 cherchent à intensifier leur compétition en s'engageant dans des campagnes publicitaires. Elles peuvent limiter leur effort publicitaire à une campagne par simple voie d'affichage sur les panneaux réservés à cet usage dans la rue principale (P), ou bien s'engager dans des campagnes agressives et coûteuses (AP) sur tous les canaux (affichage classique, sur les bus, sur internet, sur les réseaux sociaux, par des campagnes d'e-mailing, etc.) ou encore, ne conduire aucune publicité (NP).

En fonction des choix de chacun, les gains sur un an sont répertoriés dans la bimatrice suivante :

		C_2: NP	C_2: P	C_2: PA
C_1	NP	3 ; 3	0 ; 4	-2 ; -2
C_1	P	4 ; 0	1 ; 1	-2 ; -2
C_1	PA	-2 ; -2	-2 ; -2	-2 ; -2

1. Déterminer les équilibres de Nash en stratégies pures.

2. Le jeu se joue deux années de suite : trouver une combinaison de stratégies sur le jeu répété qui soit un équilibre de Nash parfait en sous-jeux, rapportant à chaque glacier un gain total non actualisé de 4 à l'issue des deux années.

Bon courage et bonne épreuve!