

Université Panthéon Assas, Sorbonne Universités.  
Cours de Mr. le Professeur D. Gaumont, 2013 - 2014  
L3 Analyse Economique,

## **1 Examen de Théorie des Jeux : durée 3 heures**

Les calculatrices ne sont pas autorisées. Aucun document, aucun support de cours n'est autorisé. Pas de walkman, baladeur ni téléphone portable. Les sacs sont rangés le long du mur. Les étudiants n'ont sur la table que de quoi écrire. Si un étudiant pense que le sujet comporte une erreur, il l'indique sur sa copie et continue l'examen avec la correction qu'il suggère.

Les étudiants choisissent

1. soit la dissertation,
2. soit le sujet pratique qui comporte
  - (a) les questions de cours,
  - (b) les exercices.

En aucun cas ils ne traitent de la dissertation et du sujet pratique à la fois.

## **2 Dissertation**

En quoi la théorie des jeux est-elle pertinente ?

### 3 Sujet pratique

#### 3.1 Questions de Cours (sur 10 points — temps estimé à maximum 60 minutes)

1. Rappeler ce qu'est un point fixe et expliquez à quoi cela sert-il en théorie des jeux (1 point)
2. Rappeler la différence qui existe entre les jeux avec information parfaite et les jeux avec information imparfaite. (2 points)
3. Qu'est-ce qu'un jeu à somme nulle? (3 points).
4. Quelle est la définition d'un jeu séquentiel? (4 points)

#### 3.2 Exercice 1 : La stratégie militaire sur 3 points

Les armées 1 et 2 se battent pour prendre une île initialement détenue par un seul bataillon de l'armée 2. Chaque armée dispose de  $y_i$  bataillons,  $i = 1, 2$ . Bien que l'île soit la possession de l'armée 2, l'armée 1 envisage de prendre le contrôle de l'île en l'attaquant. A l'issue de l'attaque chaque armée aura perdu 1 bataillon. Dans ce cas, l'armée attaquée  $i$  a perdu et l'armée attaquante  $j$  fait revenir un bataillon et occupe l'île avec un seul bataillon. Le commandement de chaque armée est intéressé par maximiser le nombre de bataillons survivants, mais l'occupation de l'île vaut plus qu'un bataillon mais moins que deux. Si après l'attaque chaque armée ne dispose plus d'aucun bataillon, alors le payoff est nul.

1. Montrer qu'il s'agit d'un jeu sous forme extensive avec information parfaite. (1 point)
2. Quel est l'équilibre de Nash en sous jeux parfaits? (1 point)
3. En déduire quel est le vainqueur en fonction de  $y_i$  et  $y_j$ . (1 point)

#### 3.3 Exercice 2 : La bataille des sexes sur 7 points)

On considère un couple de personne qui souhaite sortir au concert un soir. La première personne, Madame, préfère se rendre au concert de Bach, cependant que la seconde personne, Monsieur, préfère se rendre à Stravinsky. Toutefois, les deux sont d'accord pour préférer sortir ensemble plutôt que chacun séparément.

Si chacun sort seul, alors chacun reçoit un gain  $C$ . Si le couple sort ensemble, celui qui se rend au concert de son premier choix reçoit  $A$  unités de gain, cependant que l'autre ne reçoit que  $B$  unités de gain.

1. Montrer que ce jeu est un jeu stratégique. (1 point)
2. Ecrire la matrice des gains (0.5 point)
3. Quel est l'ensemble des équilibres de Nash en stratégies pures? (1.5 point)

4. Quelle est la valeur de l'utilité de chaque joueur? (0.5 point)
5. Quel est l'ensemble des équilibres de Nash en stratégies mixtes? (1.5 point)
6. Quelle est la valeur des espérances d'utilités de chaque joueur? (0.5 point)
7. On suppose maintenant que les conjoints préfèrent tirer au sort avant de sortir ensemble. L'ensemble des états de la nature est du type  $\Omega = \{x, y, z\}$ . Madame dispose d'un ensemble d'information de la forme  $P_1 = \{\{x\}\{y, z\}\}$ . Monsieur dispose d'un ensemble d'information de la forme  $P_2 = \{\{x, y\}\{z\}\}$ . Les stratégies sont désormais définies comme suit :  $\sigma_1(x) = B$  et  $\sigma_1(y) = \sigma_1(z) = S$  et  $\sigma_2(x) = \sigma_2(y) = B$  et  $\sigma_2(z) = S$ . Comment s'appelle ce type d'équilibre? (0.5 point)
8. Quelle est la valeur de l'espérance d'utilité de chaque joueur? (0.5 point)
9. Interpréter économiquement vos résultats en comparant les questions précédentes entre elles. (0.5 point)