

| | |
|---------------------------|---|
| Session : | Janvier 2019 |
| Année d'étude : | Première année de Master économique-gestion Mention économie managériale et industrielle |
| Discipline : | <i>Économétrie appliquée</i> (Unité d'Enseignements Fondamentaux 1) |
| Titulaire(s) du cours : | M. Alain PIROTTE |
| Document(s) autorisé(s) : | Aucun Calculatrice <u>non programmable</u> autorisée |
| Durée de l'épreuve : | 3 heures |

Questions

1. Démontrer simplement que si certaines variables explicatives sont omises dans un modèle de régression multiple, l'estimateur des MCO est biaisé.
2. Qu'appelle-t-on la log-vraisemblance concentrée ?
3. En quoi consiste la procédure dite du "Stepwise" ?

Exercice n°1

La théorie du revenu permanent de Milton Friedman décrit la relation entre la consommation et le revenu des ménages. Selon une version de la théorie, l'élasticité de la consommation par rapport au revenu est unitaire à long terme, et inférieure à 1 à court terme. Pour tester cela, un économiste retient le modèle autorégressif

$$\ln C_t = \beta_0 + \beta_1 \ln C_{t-1} + \beta_2 \ln Y_t + e_t, \quad (1)$$

où C_t est la consommation des ménages, Y_t , le revenu réel disponible des ménages, et \ln , le logarithme népérien. À partir de données annuelles françaises sur la période 1978 à 2014, les MCO ont fourni les résultats suivants :

$$\widehat{\ln C_t} = \underset{(0.12)}{0.14} + \underset{(0.07)}{0.80} \ln C_{t-1} + \underset{(0.08)}{0.17} \ln Y_t \quad (2)$$

$$F = 4239.84 \quad R^2 = 0.99 \quad DW = 0.99.$$

Les chiffres entre parenthèses en dessous des coefficients estimés correspondent à leurs écarts-types estimés.

1. Calculer et interpréter les élasticités de court terme et de long terme.
2. Tester si l'élasticité de la consommation par rapport au revenu est égale à 1 à long terme. L'écart-type estimé de cette élasticité est égal à 0.081. Conclusion.
3. Tester si l'élasticité de la consommation par rapport au revenu est supérieure ou égale à 1 à court terme. Conclusion.
4. Peut-on appliquer le test de Durbin-Watson pour tester la non-autocorrélation des perturbations à l'ordre 1 ? Pourquoi ?
5. Tester l'hypothèse de non-autocorrélation des perturbations à l'ordre 1 grâce au test h de Durbin. L'estimateur des MCO est-il adapté ? Si besoin, proposer des estimateurs alternatifs.

Exercice n°2

Un économiste s'intéresse à la modélisation du taux d'inflation et retient la spécification

$$\ln INF_i = \beta_0 + \beta_1 \ln GDP_i + \beta_2 OPEN_i + u_i, \quad (3)$$

où INF est le taux d'inflation, GDP , le PIB réel par habitant, $OPEN$, les flux commerciaux (importations et exportations) en pourcentage du PIB, et \ln , le logarithme népérien. On observe aussi la variable $LAND$ associée à la superficie du pays (en km^2). À partir d'une coupe transversale de 114 pays, l'estimation des paramètres du modèle (3) par les MCO a donné les résultats suivants :

$$\ln \widehat{INF}_i = 25.10 + 0.01 \ln GDP_i - 0.21 OPEN_i. \quad (4)$$

(1.65) (0.01) (-2.27)

Si la variable $OPEN$ est endogène, on estime la forme réduite

$$\widehat{OPEN}_i = 117.08 + 0.54 \ln GDP_i - 7.56 \ln LAND_i. \quad (5)$$

(7.39) (0.37) (-9.29)

L'estimation par les VI, en utilisant $\ln LAND$ comme un instrument, a donné les résultats suivants :

$$\ln \widehat{INF}_i = 26.89 + 0.37 \ln GDP_i - 0.33 OPEN_i. \quad (6)$$

(1.77) (0.19) (-2.37)

où les chiffres entre parenthèses en dessus des coefficients estimés correspondent aux t de Student calculés.

1. Interpréter les coefficients $\hat{\beta}_1$ et $\hat{\beta}_2$ du modèle (3). Sont-ils significativement différents de zéro au seuil de 5% ? Les conclusions sont-elles différentes au seuil de 1% ?
2. La variable $OPEN$ peut-elle être considérée comme exogène ? La variable $\ln LAND$ est-elle un instrument adéquat ? Justifier.
3. En utilisant les résultats (4) et (6), la valeur de la statistique Q_H de Durbin-Wu-Hausman est égale à 1.32. Que peut-on en conclure ? Justifier.

Exercice n°3

On s'intéresse à l'estimation des élasticités-prix de la demande de trois produits d'origine animale sur données mensuelles américaines sur la période 1992:4 à 2014:12. Dans cette perspective, on considère un système à trois équations :

$$\begin{cases} \ln Q_t^b = \beta_{10} + \beta_{11} \ln P_t^b + \beta_{12} \ln P_t^p + \beta_{13} \ln P_t^v + \beta_{14} \ln P_t^x + u_{1t} \\ \ln Q_t^p = \beta_{20} + \beta_{21} \ln P_t^b + \beta_{22} \ln P_t^p + \beta_{23} \ln P_t^v + \beta_{24} \ln P_t^x + u_{2t} \\ \ln Q_t^v = \beta_{30} + \beta_{31} \ln P_t^b + \beta_{32} \ln P_t^p + \beta_{33} \ln P_t^v + \beta_{34} \ln P_t^x + u_{3t} \end{cases} \quad (7)$$

où Q sont les niveaux de consommation (demandes) de viande par tête, P^b , P^p et P^v sont respectivement les indices de prix des viandes de boeuf, porc et volaille. P^x est l'indice des prix à la consommation, et \ln , le logarithme népérien.

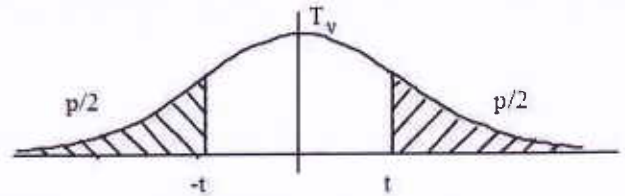
1. Quel type de modélisation peut-on envisager pour estimer les paramètres de chaque équation ? Cela a-t-il un sens de considérer une modélisation qui tienne compte implicitement d'éventuelles interdépendances entre les trois équations du système ? Expliquer.
2. Donner l'écriture matricielle du modèle et ses principales hypothèses.
3. D'après le tableau 1, on observe que les élasticités-prix estimées par les MCO et les MCQG sont identiques. Pourquoi ? Un gain en précision est-il observé en utilisant les MCQG ? Justifier.
4. Interpréter les élasticités-prix de la demande de la viande de boeuf estimées par les MCQG. Sont-elles significativement différentes de zéro ?
5. Comment faire pour tester la non-corrélation entre les perturbations des trois équations de demande ? On donne la valeur de la statistique du multiplicateur de Lagrange $\lambda_{LM} = 163.294$. Discuter.

Tableau 1 : Résultats des estimations du modèle (7)¹

| | MCO | | | MCQG | | |
|-------------|--------------------|--------------------|-------------------|--------------------|--------------------|-------------------|
| | $\ln Q_t^b$ | $\ln Q_t^p$ | $\ln Q_t^v$ | $\ln Q_t^b$ | $\ln Q_t^p$ | $\ln Q_t^v$ |
| $\ln P_t^b$ | -0.48 (0.041) | -0.076 (0.042) | -0.39 (0.051) | -0.48 (0.040) | -0.076 (0.042) | -0.39 (0.051) |
| $\ln P_t^p$ | 0.16 (0.056) | -0.46 (0.058) | -0.25 (0.070) | 0.16 (0.055) | -0.46 (0.057) | -0.25 (0.069) |
| $\ln P_t^v$ | -0.22 (0.079) | 0.12 (0.082) | 0.057 (0.098) | -0.22 (0.078) | 0.12 (0.081) | 0.057 (0.098) |
| $\ln P_t^x$ | -0.077 (0.15) | 0.44 (0.15) | 1.06 (0.18) | -0.077 (0.14) | 0.44 (0.15) | 1.06 (0.18) |
| <i>Cte</i> | -0.001 (0.0027) | -0.000 (0.0028) | 0.013 (0.0033) | -0.001 (0.0026) | -0.000 (0.0027) | 0.013 (0.0033) |

¹Les chiffres entre parenthèses en dessous des coefficients estimés correspondent à leurs écarts-types estimés.

Variable de STUDENT à ν degrés de liberté



$$T_\nu = \frac{U}{\sqrt{Y/\nu}} \quad \text{où } U \approx N(0,1) \text{ et } Y \approx \chi^2(\nu) \text{ sont indépendants en probabilité.}$$

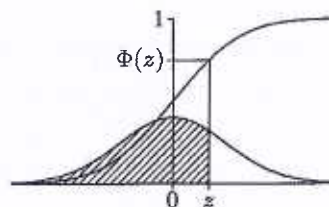
TABLE de t en fonction du degré de liberté ν et de la probabilité p , tels que $P(|T_\nu| > t) = p$:

| ν P | 0,90 | 0,70 | 0,50 | 0,40 | 0,30 | 0,20 | 0,10 | 0,05 | 0,02 | 0,01 |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1 | 0,158 | 0,510 | 1,000 | 1,376 | 1,963 | 3,078 | 6,314 | 12,706 | 31,821 | 63,657 |
| 2 | 0,142 | 0,445 | 0,816 | 1,061 | 1,386 | 1,886 | 2,920 | 4,303 | 6,965 | 9,925 |
| 3 | 0,137 | 0,424 | 0,765 | 0,978 | 1,250 | 1,638 | 2,353 | 3,182 | 4,541 | 5,841 |
| 4 | 0,134 | 0,414 | 0,741 | 0,941 | 1,190 | 1,533 | 2,132 | 2,776 | 3,747 | 4,604 |
| 5 | 0,132 | 0,408 | 0,727 | 0,920 | 1,156 | 1,476 | 2,015 | 2,571 | 3,365 | 4,032 |
| 6 | 0,131 | 0,404 | 0,718 | 0,906 | 1,134 | 1,440 | 1,943 | 2,447 | 3,143 | 3,707 |
| 7 | 0,130 | 0,402 | 0,711 | 0,896 | 1,119 | 1,415 | 1,895 | 2,365 | 2,998 | 3,499 |
| 8 | 0,130 | 0,399 | 0,706 | 0,889 | 1,108 | 1,397 | 1,860 | 2,306 | 2,896 | 3,355 |
| 9 | 0,129 | 0,398 | 0,703 | 0,883 | 1,100 | 1,383 | 1,833 | 2,262 | 2,821 | 3,250 |
| 10 | 0,129 | 0,397 | 0,700 | 0,879 | 1,093 | 1,372 | 1,812 | 2,228 | 2,764 | 3,169 |
| 11 | 0,129 | 0,396 | 0,697 | 0,876 | 1,088 | 1,363 | 1,796 | 2,201 | 2,718 | 3,106 |
| 12 | 0,128 | 0,395 | 0,695 | 0,873 | 1,083 | 1,356 | 1,782 | 2,179 | 2,681 | 3,055 |
| 13 | 0,128 | 0,394 | 0,694 | 0,870 | 1,079 | 1,350 | 1,771 | 2,160 | 2,650 | 3,012 |
| 14 | 0,128 | 0,393 | 0,692 | 0,868 | 1,076 | 1,345 | 1,761 | 2,145 | 2,624 | 2,977 |
| 15 | 0,128 | 0,393 | 0,691 | 0,866 | 1,074 | 1,341 | 1,753 | 2,131 | 2,602 | 2,947 |
| 16 | 0,128 | 0,392 | 0,690 | 0,865 | 1,071 | 1,337 | 1,746 | 2,120 | 2,583 | 2,921 |
| 17 | 0,128 | 0,392 | 0,689 | 0,863 | 1,069 | 1,333 | 1,740 | 2,110 | 2,567 | 2,898 |
| 18 | 0,127 | 0,392 | 0,688 | 0,862 | 1,067 | 1,330 | 1,734 | 2,101 | 2,552 | 2,878 |
| 19 | 0,127 | 0,391 | 0,688 | 0,861 | 1,066 | 1,328 | 1,729 | 2,093 | 2,539 | 2,861 |
| 20 | 0,127 | 0,391 | 0,687 | 0,860 | 1,064 | 1,325 | 1,725 | 2,086 | 2,528 | 2,845 |
| 21 | 0,127 | 0,391 | 0,686 | 0,859 | 1,063 | 1,323 | 1,721 | 2,080 | 2,518 | 2,831 |
| 22 | 0,127 | 0,390 | 0,686 | 0,858 | 1,061 | 1,321 | 1,717 | 2,074 | 2,508 | 2,819 |
| 23 | 0,127 | 0,390 | 0,685 | 0,858 | 1,060 | 1,319 | 1,714 | 2,069 | 2,500 | 2,807 |
| 24 | 0,127 | 0,390 | 0,685 | 0,857 | 1,059 | 1,318 | 1,711 | 2,064 | 2,492 | 2,797 |
| 25 | 0,127 | 0,390 | 0,684 | 0,856 | 1,058 | 1,316 | 1,708 | 2,060 | 2,485 | 2,787 |
| 26 | 0,127 | 0,390 | 0,684 | 0,856 | 1,058 | 1,315 | 1,706 | 2,056 | 2,479 | 2,779 |
| 27 | 0,127 | 0,389 | 0,684 | 0,855 | 1,057 | 1,314 | 1,703 | 2,052 | 2,473 | 2,771 |
| 28 | 0,127 | 0,389 | 0,683 | 0,855 | 1,056 | 1,313 | 1,701 | 2,048 | 2,467 | 2,763 |
| 29 | 0,127 | 0,389 | 0,683 | 0,854 | 1,055 | 1,311 | 1,699 | 2,045 | 2,462 | 2,756 |
| 30 | 0,127 | 0,389 | 0,683 | 0,854 | 1,055 | 1,310 | 1,697 | 2,042 | 2,457 | 2,750 |
| | 0,12566 | 0,38532 | 0,67449 | 0,84162 | 1,03643 | 1,28155 | 1,64485 | 1,95996 | 2,32634 | 2,57582 |

La loi limite, lorsque ν tend vers l'infini, est une loi Normale centrée réduite.

LOI NORMALE $\mathcal{N}(0, 1)$

Fonction de répartition de la loi Normale. — La fonction de répartition Φ de la loi Normale $\mathcal{N}(0, 1)$ est définie par $\Phi(z) = \int_{-\infty}^z e^{-u^2/2} du / \sqrt{2\pi}$, $z \in \mathbb{R}$. Pour tout $z \in \mathbb{R}$, on a $\Phi(z) = 1 - \Phi(-z)$.



| z | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |

Exemples. — $\Phi(0,25) \approx 0,5987$, $\Phi(-0,32) = 1 - \Phi(0,32) \approx 1 - 0,6255 = 0,3745$.

Test de Durbin et Watson

Test unilatéral de $\rho = 0$ contre $\rho > 0$

(Valeurs critiques d_L^* et d_U^* pour un risque de première espèce $\alpha = 5\%$)

| n | k = 1 | | k = 2 | | k = 3 | | k = 4 | | k = 5 | |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | d_L | d_U | d_L | d_U | d_L | d_U | d_L | d_U | d_L | d_U |
| 15 | 1,08 | 1,36 | 0,95 | 1,54 | 0,82 | 1,75 | 0,69 | 1,97 | 0,56 | 2,21 |
| 16 | 1,10 | 1,37 | 0,98 | 1,54 | 0,86 | 1,73 | 0,74 | 1,93 | 0,62 | 2,15 |
| 17 | 1,13 | 1,38 | 1,02 | 1,54 | 0,90 | 1,71 | 0,78 | 1,90 | 0,67 | 2,10 |
| 18 | 1,16 | 1,39 | 1,05 | 1,53 | 0,93 | 1,69 | 0,82 | 1,87 | 0,71 | 2,06 |
| 19 | 1,18 | 1,40 | 1,08 | 1,53 | 0,97 | 1,68 | 0,86 | 1,85 | 0,75 | 2,02 |
| 20 | 1,20 | 1,41 | 1,10 | 1,54 | 1,00 | 1,68 | 0,90 | 1,83 | 0,79 | 1,99 |
| 21 | 1,22 | 1,42 | 1,13 | 1,54 | 1,03 | 1,67 | 0,93 | 1,81 | 0,83 | 1,96 |
| 22 | 1,24 | 1,43 | 1,15 | 1,54 | 1,05 | 1,66 | 0,96 | 1,80 | 0,86 | 1,94 |
| 23 | 1,26 | 1,44 | 1,17 | 1,54 | 1,08 | 1,66 | 0,99 | 1,79 | 0,90 | 1,92 |
| 24 | 1,27 | 1,45 | 1,19 | 1,55 | 1,10 | 1,66 | 1,01 | 1,78 | 0,93 | 1,90 |
| 25 | 1,29 | 1,45 | 1,21 | 1,55 | 1,12 | 1,66 | 1,04 | 1,77 | 0,95 | 1,89 |
| 26 | 1,30 | 1,46 | 1,22 | 1,55 | 1,14 | 1,65 | 1,06 | 1,76 | 0,98 | 1,88 |
| 27 | 1,32 | 1,47 | 1,24 | 1,56 | 1,16 | 1,65 | 1,08 | 1,76 | 1,01 | 1,86 |
| 28 | 1,33 | 1,48 | 1,26 | 1,56 | 1,18 | 1,65 | 1,10 | 1,75 | 1,03 | 1,85 |
| 29 | 1,34 | 1,48 | 1,27 | 1,56 | 1,20 | 1,65 | 1,12 | 1,74 | 1,05 | 1,84 |
| 30 | 1,35 | 1,49 | 1,28 | 1,57 | 1,21 | 1,65 | 1,14 | 1,74 | 1,07 | 1,83 |
| 31 | 1,36 | 1,50 | 1,30 | 1,57 | 1,23 | 1,65 | 1,16 | 1,74 | 1,09 | 1,83 |
| 32 | 1,37 | 1,50 | 1,31 | 1,57 | 1,24 | 1,65 | 1,18 | 1,73 | 1,11 | 1,82 |
| 33 | 1,38 | 1,51 | 1,32 | 1,58 | 1,26 | 1,65 | 1,19 | 1,73 | 1,13 | 1,81 |
| 34 | 1,39 | 1,51 | 1,33 | 1,58 | 1,27 | 1,65 | 1,21 | 1,73 | 1,15 | 1,81 |
| 35 | 1,40 | 1,52 | 1,34 | 1,58 | 1,28 | 1,65 | 1,22 | 1,73 | 1,16 | 1,80 |
| 36 | 1,41 | 1,52 | 1,35 | 1,59 | 1,29 | 1,65 | 1,24 | 1,73 | 1,18 | 1,80 |
| 37 | 1,42 | 1,53 | 1,36 | 1,59 | 1,31 | 1,66 | 1,25 | 1,72 | 1,19 | 1,80 |
| 38 | 1,43 | 1,54 | 1,37 | 1,59 | 1,32 | 1,66 | 1,26 | 1,72 | 1,21 | 1,79 |
| 39 | 1,43 | 1,54 | 1,38 | 1,60 | 1,33 | 1,66 | 1,27 | 1,72 | 1,22 | 1,79 |
| 40 | 1,44 | 1,54 | 1,39 | 1,60 | 1,34 | 1,66 | 1,29 | 1,72 | 1,23 | 1,79 |
| 45 | 1,48 | 1,57 | 1,43 | 1,62 | 1,38 | 1,67 | 1,34 | 1,72 | 1,29 | 1,78 |
| 50 | 1,50 | 1,59 | 1,46 | 1,63 | 1,42 | 1,67 | 1,38 | 1,72 | 1,34 | 1,77 |
| 55 | 1,53 | 1,60 | 1,49 | 1,64 | 1,45 | 1,68 | 1,41 | 1,72 | 1,38 | 1,77 |
| 60 | 1,55 | 1,62 | 1,51 | 1,65 | 1,48 | 1,69 | 1,44 | 1,73 | 1,41 | 1,77 |
| 65 | 1,57 | 1,63 | 1,54 | 1,66 | 1,50 | 1,70 | 1,47 | 1,73 | 1,44 | 1,77 |
| 70 | 1,58 | 1,64 | 1,55 | 1,67 | 1,52 | 1,70 | 1,49 | 1,74 | 1,46 | 1,77 |
| 75 | 1,60 | 1,65 | 1,57 | 1,68 | 1,54 | 1,71 | 1,51 | 1,74 | 1,49 | 1,77 |
| 80 | 1,61 | 1,66 | 1,59 | 1,69 | 1,56 | 1,72 | 1,53 | 1,74 | 1,51 | 1,77 |
| 85 | 1,62 | 1,67 | 1,60 | 1,70 | 1,57 | 1,72 | 1,55 | 1,75 | 1,52 | 1,77 |
| 90 | 1,63 | 1,68 | 1,61 | 1,70 | 1,59 | 1,73 | 1,57 | 1,75 | 1,54 | 1,78 |
| 95 | 1,64 | 1,69 | 1,62 | 1,71 | 1,60 | 1,73 | 1,58 | 1,75 | 1,56 | 1,78 |
| 100 | 1,65 | 1,69 | 1,63 | 1,72 | 1,61 | 1,74 | 1,59 | 1,76 | 1,57 | 1,78 |

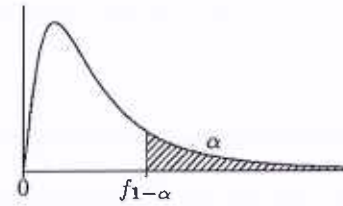
(n : nombre d'observations ; k : nombre de variables explicatives autres que la constante)

LOI DE FISHER-SNEDECOR ($\alpha = 0,05$)

Si F est une variable aléatoire suivant la loi de Fisher-Snedecor à (ν_1, ν_2) degrés de liberté, la table donne la valeur $f_{1-\alpha}$ telle que

$$\mathbb{P}\{F \geq f_{1-\alpha}\} = \alpha = 0,05.$$

Ainsi, $f_{1-\alpha}$ est le quantile d'ordre $1 - \alpha = 0,95$ de la loi de Fisher-Snedecor à (ν_1, ν_2) degrés de liberté.



| $\nu_2 \backslash \nu_1$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 10 | 15 | 20 | 30 | ∞ |
|--------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|----------|
| 1 | 161 | 200 | 216 | 225 | 230 | 234 | 239 | 242 | 246 | 248 | 250 | 254 |
| 2 | 18,5 | 19,0 | 19,2 | 19,2 | 19,3 | 19,3 | 19,4 | 19,4 | 19,4 | 19,4 | 19,5 | 19,5 |
| 3 | 10,1 | 9,55 | 9,28 | 9,12 | 9,01 | 8,94 | 8,85 | 8,79 | 8,70 | 8,66 | 8,62 | 8,53 |
| 4 | 7,71 | 6,94 | 6,59 | 6,39 | 6,26 | 6,16 | 6,04 | 5,96 | 5,86 | 5,80 | 5,75 | 5,63 |
| 5 | 6,61 | 5,79 | 5,41 | 5,19 | 5,05 | 4,95 | 4,82 | 4,74 | 4,62 | 4,56 | 4,50 | 4,36 |
| 6 | 5,99 | 5,14 | 4,76 | 4,53 | 4,39 | 4,28 | 4,15 | 4,06 | 3,94 | 3,87 | 3,81 | 3,67 |
| 7 | 5,59 | 4,74 | 4,35 | 4,12 | 3,97 | 3,87 | 3,73 | 3,64 | 3,51 | 3,44 | 3,38 | 3,23 |
| 8 | 5,32 | 4,46 | 4,07 | 3,84 | 3,69 | 3,58 | 3,44 | 3,35 | 3,22 | 3,15 | 3,08 | 2,93 |
| 9 | 5,12 | 4,26 | 3,86 | 3,63 | 3,48 | 3,37 | 3,23 | 3,14 | 3,01 | 2,94 | 2,86 | 2,71 |
| 10 | 4,96 | 4,10 | 3,71 | 3,48 | 3,33 | 3,22 | 3,07 | 2,98 | 2,85 | 2,77 | 2,70 | 2,54 |
| 11 | 4,84 | 3,98 | 3,59 | 3,36 | 3,20 | 3,09 | 2,95 | 2,85 | 2,72 | 2,65 | 2,57 | 2,40 |
| 12 | 4,75 | 3,89 | 3,49 | 3,26 | 3,11 | 3,00 | 2,85 | 2,75 | 2,62 | 2,54 | 2,47 | 2,30 |
| 13 | 4,67 | 3,81 | 3,41 | 3,18 | 3,03 | 2,92 | 2,77 | 2,67 | 2,53 | 2,46 | 2,38 | 2,21 |
| 14 | 4,60 | 3,74 | 3,34 | 3,11 | 2,96 | 2,85 | 2,70 | 2,60 | 2,46 | 2,39 | 2,31 | 2,13 |
| 15 | 4,54 | 3,68 | 3,29 | 3,06 | 2,90 | 2,79 | 2,64 | 2,54 | 2,40 | 2,33 | 2,25 | 2,07 |
| 16 | 4,49 | 3,63 | 3,24 | 3,01 | 2,85 | 2,74 | 2,59 | 2,49 | 2,35 | 2,28 | 2,19 | 2,01 |
| 17 | 4,45 | 3,59 | 3,20 | 2,96 | 2,81 | 2,70 | 2,55 | 2,45 | 2,31 | 2,23 | 2,15 | 1,96 |
| 18 | 4,41 | 3,55 | 3,16 | 2,93 | 2,77 | 2,66 | 2,51 | 2,41 | 2,27 | 2,19 | 2,11 | 1,92 |
| 19 | 4,38 | 3,52 | 3,13 | 2,90 | 2,74 | 2,63 | 2,48 | 2,38 | 2,23 | 2,16 | 2,07 | 1,88 |
| 20 | 4,35 | 3,49 | 3,10 | 2,87 | 2,71 | 2,60 | 2,45 | 2,35 | 2,20 | 2,12 | 2,04 | 1,84 |
| 22 | 4,30 | 3,44 | 3,05 | 2,82 | 2,66 | 2,55 | 2,40 | 2,30 | 2,15 | 2,07 | 1,98 | 1,78 |
| 24 | 4,26 | 3,40 | 3,01 | 2,78 | 2,62 | 2,51 | 2,36 | 2,25 | 2,11 | 2,03 | 1,94 | 1,73 |
| 26 | 4,23 | 3,37 | 2,98 | 2,74 | 2,59 | 2,47 | 2,32 | 2,22 | 2,07 | 1,99 | 1,90 | 1,69 |
| 28 | 4,20 | 3,34 | 2,95 | 2,71 | 2,56 | 2,45 | 2,29 | 2,19 | 2,04 | 1,96 | 1,87 | 1,65 |
| 30 | 4,17 | 3,32 | 2,92 | 2,69 | 2,53 | 2,42 | 2,27 | 2,16 | 2,01 | 1,93 | 1,84 | 1,62 |
| 40 | 4,08 | 3,23 | 2,84 | 2,61 | 2,45 | 2,34 | 2,18 | 2,08 | 1,92 | 1,84 | 1,74 | 1,51 |
| 50 | 4,03 | 3,18 | 2,79 | 2,56 | 2,40 | 2,29 | 2,13 | 2,03 | 1,87 | 1,78 | 1,69 | 1,44 |
| 60 | 4,00 | 3,15 | 2,76 | 2,53 | 2,37 | 2,25 | 2,10 | 1,99 | 1,84 | 1,75 | 1,65 | 1,39 |
| 80 | 3,96 | 3,11 | 2,72 | 2,49 | 2,33 | 2,21 | 2,06 | 1,95 | 1,79 | 1,70 | 1,60 | 1,32 |
| 100 | 3,94 | 3,09 | 2,70 | 2,46 | 2,31 | 2,19 | 2,03 | 1,93 | 1,77 | 1,68 | 1,57 | 1,28 |
| ∞ | 3,84 | 3,00 | 2,60 | 2,37 | 2,21 | 2,10 | 1,94 | 1,83 | 1,67 | 1,57 | 1,46 | 1,00 |

TABLE DU CHI-DEUX : $\chi^2(n)$



| n | p | 0.90 | 0.80 | 0.70 | 0.50 | 0.30 | 0.20 | 0.10 | 0.05 | 0.02 | 0.01 |
|----|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1 | | 0,0158 | 0,0642 | 0,148 | 0,455 | 1,074 | 1,642 | 2,706 | 3,841 | 5,412 | 6,635 |
| 2 | | 0,211 | 0,446 | 0,713 | 1,386 | 2,408 | 3,219 | 4,605 | 5,991 | 7,824 | 9,210 |
| 3 | | 0,584 | 1,005 | 1,424 | 2,366 | 3,665 | 4,642 | 6,251 | 7,815 | 9,837 | 11,341 |
| 4 | | 1,064 | 1,649 | 2,195 | 3,357 | 4,878 | 5,989 | 7,779 | 9,488 | 11,668 | 13,277 |
| 5 | | 1,610 | 2,343 | 3,000 | 4,351 | 6,064 | 7,289 | 9,236 | 11,070 | 13,388 | 15,086 |
| 6 | | 2,204 | 3,070 | 3,828 | 5,348 | 7,231 | 8,558 | 10,645 | 12,592 | 15,033 | 16,812 |
| 7 | | 2,833 | 3,822 | 4,671 | 6,346 | 8,383 | 9,803 | 12,017 | 14,067 | 16,622 | 18,475 |
| 8 | | 3,490 | 4,594 | 5,527 | 7,344 | 9,524 | 11,030 | 13,362 | 15,507 | 18,168 | 20,090 |
| 9 | | 4,168 | 5,380 | 6,393 | 8,343 | 10,656 | 12,242 | 14,684 | 16,919 | 19,679 | 21,666 |
| 10 | | 4,865 | 6,179 | 7,267 | 9,342 | 11,781 | 13,442 | 15,987 | 18,307 | 21,161 | 23,209 |
| 11 | | 5,578 | 6,989 | 8,148 | 10,341 | 12,899 | 14,631 | 17,275 | 19,675 | 22,618 | 24,725 |
| 12 | | 6,304 | 7,807 | 9,034 | 11,340 | 14,011 | 15,812 | 18,549 | 21,026 | 24,054 | 26,217 |
| 13 | | 7,042 | 8,634 | 9,926 | 12,340 | 15,119 | 16,985 | 19,812 | 22,362 | 25,472 | 27,688 |
| 14 | | 7,790 | 9,467 | 10,821 | 13,339 | 16,222 | 18,151 | 21,064 | 23,685 | 26,873 | 29,141 |
| 15 | | 8,547 | 10,307 | 11,721 | 14,339 | 17,322 | 19,311 | 22,307 | 24,996 | 28,259 | 30,578 |
| 16 | | 9,312 | 11,152 | 12,624 | 15,338 | 18,418 | 20,465 | 23,542 | 26,296 | 29,633 | 32,000 |
| 17 | | 10,085 | 12,002 | 13,531 | 16,338 | 19,511 | 21,615 | 24,769 | 27,587 | 30,995 | 33,409 |
| 18 | | 10,865 | 12,857 | 14,440 | 17,338 | 20,601 | 22,760 | 25,989 | 28,869 | 32,346 | 34,805 |
| 19 | | 11,651 | 13,716 | 15,352 | 18,338 | 21,689 | 23,900 | 27,204 | 30,144 | 33,687 | 36,191 |
| 20 | | 12,443 | 14,578 | 16,266 | 19,337 | 22,775 | 25,038 | 28,412 | 31,410 | 35,020 | 37,566 |
| 21 | | 13,240 | 15,445 | 17,182 | 20,337 | 23,858 | 26,171 | 29,615 | 32,671 | 36,343 | 38,932 |
| 22 | | 14,041 | 16,314 | 18,101 | 21,337 | 24,939 | 27,301 | 30,813 | 33,924 | 37,659 | 40,289 |
| 23 | | 14,848 | 17,187 | 19,021 | 22,337 | 26,018 | 28,429 | 32,007 | 35,172 | 38,968 | 41,638 |
| 24 | | 15,659 | 18,062 | 19,943 | 23,337 | 27,096 | 29,553 | 33,196 | 36,415 | 40,270 | 42,980 |
| 25 | | 16,473 | 18,940 | 20,867 | 24,337 | 28,172 | 30,675 | 34,382 | 37,652 | 41,566 | 44,314 |
| 26 | | 17,292 | 19,820 | 21,792 | 25,336 | 29,246 | 31,795 | 35,563 | 38,885 | 42,856 | 45,642 |
| 27 | | 18,114 | 20,703 | 22,719 | 26,336 | 30,319 | 32,912 | 36,741 | 40,113 | 44,140 | 46,963 |
| 28 | | 18,939 | 21,588 | 23,647 | 27,336 | 31,391 | 34,027 | 37,916 | 41,337 | 45,419 | 48,278 |
| 29 | | 19,768 | 22,475 | 24,577 | 28,336 | 32,461 | 35,139 | 39,087 | 42,557 | 46,693 | 49,588 |
| 30 | | 20,599 | 23,364 | 25,508 | 29,336 | 33,530 | 36,250 | 40,256 | 43,773 | 47,962 | 50,892 |

Pour $n > 30$, on peut admettre que $\sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2n-1} \approx N(0,1)$