Université PANTHÉON-ASSAS (PARIS II) U.E.F.1/5009
Droit-Economie-Sciences Sociales ASSAS

Session: Septembre 2018.
Année d'étude: Deuxième année de Licence économie-gestion mention économie et gestion.
Discipline: **Statistiques 3** (Unité d'Enseignements Fondamentaux 1).
Titulaire du cours: M. Youcef ASKOURA.
Document(s) autorisé(s) : Calculatrice NON autorisée.
Documents interdits, ainsi que tout appareil électronique permettant une connexion à distance quelconque.

Examen de Statistique 3 (5009): session Septembre 2018

La calculatrice étant interdite, les résultats peuvent être laissés en fractions simplifiées ou en produit de fractions simplifiées.

Exercice 1. (2,5 pts+ 0,5 bonus)
1) Montrer que $\bigcap\limits_{n\geq 1}[0,\ \frac{1}{n}[=\{0\}$. (Question bonus 0.5 pts)
2) (On supposera ici que le résultat de la question 1) est acquis même en cas de non réponse à celle-ci) Soit $\mathfrak{B}$ une tribu sur $[0,1]$ contenant tous les intervalles $[0,\ \frac{1}{n}[, n \geq 1$. En déduire de 1) que :
a) $\mathfrak{B}$ contient $\{0\}$,
b) $\mathfrak{B}$ contient $]0,1]$
3. Notons par P une loi de probabilité sur $([0,\ 1], \mathfrak{B})$, telle que $P(\{0\}) = 1$. Donner les probabilités $P([0, \frac{1}{n}[)$ pour tout $n \geq 1$. Donner $P([\frac{1}{2}, 1])$.

Exercice 2. (2 pts)
1. Donner la formule des probabilités conditionnelles.
2. Soit A, B, C trois événements d'un espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{A}, P)$. Supposons que B et C sont incompatibles, $P(B) = 1/4$,$P(C) = 2/5$, $P(A/B) = 3/5$, et $P(A \cap C) = 1/5$.
Calculer $P(A/B \cup C)$.

Exercice 3. (2,5 pts)
On estime que les connexions à un serveur central échouent dans 1/3 des cas. La réalisation d'une opération par un ordinateur nécessite 5 connexions à ce serveur. On note par Z le nombre de tentatives nécessaire pour réaliser cette opération.
a) Donner P(Z = 6).
b) Donner E(Z) et V(Z).

Exercice 4. (3 pts)
Soit $X_1, ..., X_n$ des v.a. indépendantes de loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$. Déterminer la densité de $T = 2\min\{X_1, ..., X_n\}$.
Sachant que si X suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$, alors, $P(X \leq x) = \begin{cases} 0, \text{ si } x < 0, \\ 1 - e^{-\lambda x} \text{ si } x \geq 0. \end{cases}$