Université Paris II | **Mathématiques 1** (5098)
L1 Economie et Gestion | **Cours de Mme HAYEK**
Janvier 2017. 1h30
Les documents et les calculatrices ne sont pas autorisés.

Exercice 1
On considère la fonction f d'une variable réelle définie par : $f(y) = \dfrac{\ln(1+y)}{y}$.
a) Quel est l'ensemble de définition D_f de f?
b) Calculer $\lim\limits_{y \to 0} \dfrac{\ln(1+y)}{y}$.
c) Démontrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} (1 + \dfrac{1}{x})^x = e$.

Exercice 2
Etudier les extrema des fonctions suivantes sur leur ensemble de définition qui sera à préciser:
a) $f(x) = x^3 - 9x - 9$.
b) $f(x) = 3\ln(x+3) - 4x$.

Exercice 3
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = |x - 1|$$

a) Calculer la limite de f quand x tend vers 1, f est elle continue en 1 ? Est-elle continue sur $\mathbb{R}$?
b) f est-elle dérivable en tout point différent de 1? Si oui calculer sa dérivée.
c) Montrer que f est dérivable à gauche en 1 et à droite en 1. f est-elle dérivable en 1 ?
d) Calculer $f(0)$ et $f(2)$.
e) Enoncer le théorème de Rolle.
f) Peut-on appliquer ce théorème à la fonction f sur $[0,2]$? Justifier la réponse.

Exercice 4
On considère la fonction de deux variables f définie par:

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 e^{\frac{x_2}{x_1}}$$

a) Quel est l'ensemble de définition D_f de f?
b) Montrer que f est homogène sur D_f et trouver son degré d'homogénéité.
c) Calculer les dérivées partielles de f sur D_f.
d) Calculer la différentielle de f en $(1,0)$ notée $df(1,0)$.
e) Donner une valeur approchée de $f(1,06; 0,01)$ à l'aide de $df(1,0)$.