



Examen: Contrôle optimal (4521)

Professeur Jean Mercenier

Janvier 2017

Ni calculatrice ni documents autorisés.

Considérons le problème suivant du consommateur/investisseur représentatif d'une économie avec Etat :

$$\begin{aligned} & \text{Max}_{\{c(t)\}_0^\infty} \int_0^\infty e^{-\rho t} u(c(t)) dt \\ & \text{s.c. } f(k(t)) = c(t) + i(t) + \bar{g} \\ & \frac{dk(t)}{dt} = i(t) - \delta k(t) \\ & k(0) = k_0; \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} k(t) = 0. \end{aligned}$$

Les fonctions $u(\cdot)$ et $f(\cdot)$ sont strictement concaves et l'état initial est stationnaire; on supposera de surcroît que $\lim_{k \rightarrow 0} f'(k) = \infty$ et $\lim_{k \rightarrow \infty} f'(k) = 0$.

Supposons que le gouvernement décide d'augmenter le niveau de sa consommation d'un montant $d\bar{g} > 0$, et ce une fois pour toute, celle-ci devant être intégralement financée, comme par le passé, par un impôt forfaitaire prélevé sur le secteur privé. L'hypothèse qu'un tel choc puisse être considéré comme une surprise semble peu réaliste: on suppose donc que ce changement de politique est anticipé par le secteur privé dès t_0 comme devant avoir lieu en $t_1 > t_0$.

Quel sera l'effet sur les choix du consommateur de ce changement d'environnement?

Plus précisément, on demande:

1. d'écrire les conditions d'optimalité;
2. de caractériser analytiquement l'impact sur le nouvel équilibre stationnaire (si il existe);
3. de construire le diagramme de phase dans l'espace (c, k) ;
4. de caractériser l'ajustement de l'économie à partir du diagramme de phase;
5. de donner une représentation du profil dans le temps de c et de k .

ATTENTION : J'exige des copies propres et en particulier des graphiques précis.

Toute ambiguïté sera automatiquement sanctionnée, sans état d'âme.