UNIVERSITE PANTHEON-ASSAS (Paris II)
Droit - Economie - Sciences Sociales
Assas

Session :	Janvier 2017
Année d'étude :	Troisième année de Licence économie-gestion Mention sciences économiques Parcours économie managériale et industrielle
Discipline :	**Théorie des jeux et stratégie de l'entreprise** (Unité d'enseignements fondamentaux 1)
Titulaire du cours :	Mme Christine HALMENSCHLAGER

Attention : l'usage des calculettes - programmables ou non - smartphones, tablettes, etc ... n'est pas autorisé.

Il sera pris en considération dans la notation la qualité de la rédaction et de la présentation des copies. Toute réponse devra être justifiée.

Exercice 1

On considère un jeu à deux joueurs, joueur 1 et joueur 2, et à deux étapes. A la première étape, le joueur 1 joue seul et a le choix entre deux actions, α et β. A la deuxième étape, les deux joueurs jouent après avoir observé la décision du joueur 1 de l'étape précédente. Dans cette deuxième étape, le joueur 2 joue le premier puis le joueur 1 joue ensuite. Si à la première étape, le joueur 1 choisit l'action α, le joueur 2, à la deuxième étape, choisira entre ses deux actions disponibles, A et B, puis le joueur 1 parmi ses deux actions, C et D, mais *sans observer* le choix du joueur 2 à cette étape. En revanche, si l'action β est choisie à la première étape, le joueur 2 aura à choisir entre E et F, puis, après *observation* de son choix, le joueur 1 jouera à son tour et pourra soit jouer G ou H s'il observe le choix E du joueur 2, soit I ou J s'il observe le choix F du joueur 2.

Si à la première étape, le joueur 1 choisit l'action α, les joueurs 1 et 2 recevront un gain de 5 chacun, après la suite d'actions AC et BD et un gain de 0 chacun, après la suite d'actions AD et BC. Si à la première étape, le joueur 1 choisit l'action β, les joueurs 1 et 2 recevront respectivement un gain de 5 et 4 après la suite d'actions EG, un gain de 4 et 5 après les suites d'actions EH et FI et enfin, recevront un gain de 0 chacun après la suite d'actions FJ.

1. Représenter ce jeu sous forme extensive.

2. Ce jeu est-il à information parfaite ou imparfaite ? Justifier la réponse.
3. Définir la notion de stratégie. Lister les 16 stratégies du joueur 1. Lister les stratégies du joueur 2.
4. Donner les sous-jeux que comprend ce jeu.
5. On suppose que le joueur 1 a joué β.
   (a) Donner la forme normale du sous-jeu correspondant (attention de bien décrire les stratégies des joueurs dans ce sous-jeu).
   (b) Donner la définition d'un équilibre de Nash en stratégies pures.
   (c) Donner la définition d'un équilibre de Nash parfait en sous-jeux (ENPSJ).
   (d) Déterminer l'ensemble des équilibres de Nash en stratégies pures et l'ensemble des ENPSJ du sous-jeu correspondant. Commenter. Montrer que l'équilibre de Nash (GJ, E) n'est pas un ENPSJ.
6. On suppose maintenant que le joueur 1 a joué α. Déterminer l'ensemble des équilibres de Nash en stratégies pures et en stratégies mixtes du sous-jeu correspondant. En déduire l'ensemble des ENPSJ de ce sous-jeu.
7. Déterminer l'ensemble des ENPSJ du jeu entier.
8. Quel est l'ENPSJ préféré par le joueur 2 ?

Exercice 2

Dans un pays où les institutions ne permettent pas de protéger les nouvelles variétés végétales, deux entreprises, Sunny Flowers et Royal Orchis, se partagent le marché de l'orchidée. Chaque entreprise dispose des deux stratégies suivantes :

— Mettre sur le marché de nouveaux hybrides **(NH)**. Cette stratégie est risquée. En effet, le processus d'amélioration des orchidées est long et coûteux, et ses gains en sont difficilement appropriables.

— Ne rien faire **(RF)**, et profiter des progrès réalisés par son concurrent.

Les deux entreprises se trouvent confrontées à la bi-matrice des gains suivante :

		Royal Orchis	
		RF	NH
Sunny Flowers	RF	4 / 4	18 / 0
	NH	0 / 18	13 / 13

1. Rappeler la définition d'une stratégie strictement dominée.
2. Déterminer l'ensemble des équilibres de Nash, en stratégies pures et en stratégies mixtes. Expliquer la démarche.

3. Ce jeu est répété T fois, avec T fini. En supposant que les gains sont actualisés au taux $\delta \in]0, 1]$, quels sont les équilibres de Nash parfaits en sous-jeux de ce jeu répété ?
4. On suppose maintenant que ce jeu est répété un nombre infini de fois. Trouver une condition sur le taux d'actualisation δ qui permette l'obtention d'un équilibre de Nash parfait en sous-jeux, en stratégies de déclic impitoyables (ou de menace extrême), tel que chaque entreprise choisisse de mettre de nouveaux hybrides sur le marché un nombre infini de fois.

Les entreprises ont maintenant la possibilité de mettre en œuvre deux actions supplémentaires :

— Mener une campagne de publicité vantant la beauté des orchidées . Cette action est destinée à élargir le marché **(EM)**. Elle a réellement un effet, quand les deux concurrents s'organisent pour mener cette campagne en même temps.

— Mener une campagne publicitaire agressive **(PA)** pour vanter uniquement les orchidées issues de ses propres serres. Cette action ne permet pas d'augmenter la demande globale d'orchidées. Elle est destinée uniquement à conquérir des parts de marché au détriment de sa concurrente.

L'ensemble des résultats de ces quatre actions est résumé par la nouvelle bi-matrice des gains suivante :

Royal Orchis

Sunny Flowers	*RF*	*NH*	*EM*	*PA*
RF	4 ; 4	18 ; 0	5 ; 0	−1 ; 1
NH	0 ; 18	13 ; 13	1 ; 1	−1 ; 1
EM	0 ; 5	1 ; 1	6 ; 6	1 ; 1
PA	1 ; −1	1 ; −1	1 ; 1	0 ; 0

5. Déterminer l'ensemble des équilibres de Nash en stratégies pures. Justifier.
6. Ce jeu est répété 2 fois. En supposant que les gains ne sont pas actualisés, trouver un équilibre de Nash parfait en sous-jeux rapportant à chaque entreprise un gain total de 6 à l'issue des deux périodes de jeu. Préciser le couple de stratégies correspondant.
7. Ce jeu est maintenant répété trois fois. En supposant toujours que les gains ne sont pas actualisés, trouver un équilibre de Nash parfait en sous-jeux rapportant à chaque entreprise un gain total de (13+6+6)=25 à l'issue des trois étapes (utiliser la stratégie trouvée à la question précédente pour la punition aux deux dernières étapes).