

**UNIVERSITÉ PARIS II PANTHÉON - ASSAS**

**Droit - Économie - Sciences Sociales**

<b>Session :</b>	Janvier 2017
<b>Année d'étude :</b>	2 <sup>e</sup> année Magistère Banque Finance
<b>Discipline :</b>	<i>Séries temporelles (4389)</i>
<b>Titulaire(s) du cours :</b>	M. Alain PIROTTE
<b>Document(s) autorisé(s) :</b>	Aucun Calculatrice <u>non programmable</u> autorisée
<b>Durée de l'épreuve :</b>	1h30

**Questions**

1. Énoncer le théorème de *Wold* ? En quoi est-il important ?
2. À quoi sert le test de *Box-Pierce* ? Le décrire.

## Exercice n°1

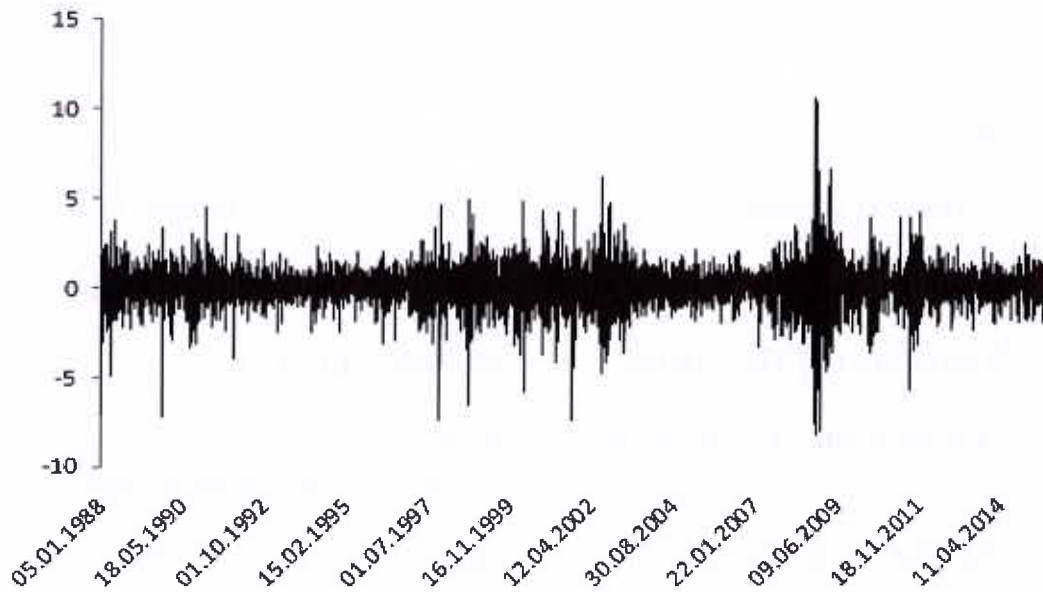


Figure 1 : Évolution du rendement quotidien de l'indice Dow Jones  
du 05/01/88 au 19/08/15 (6941 observations)

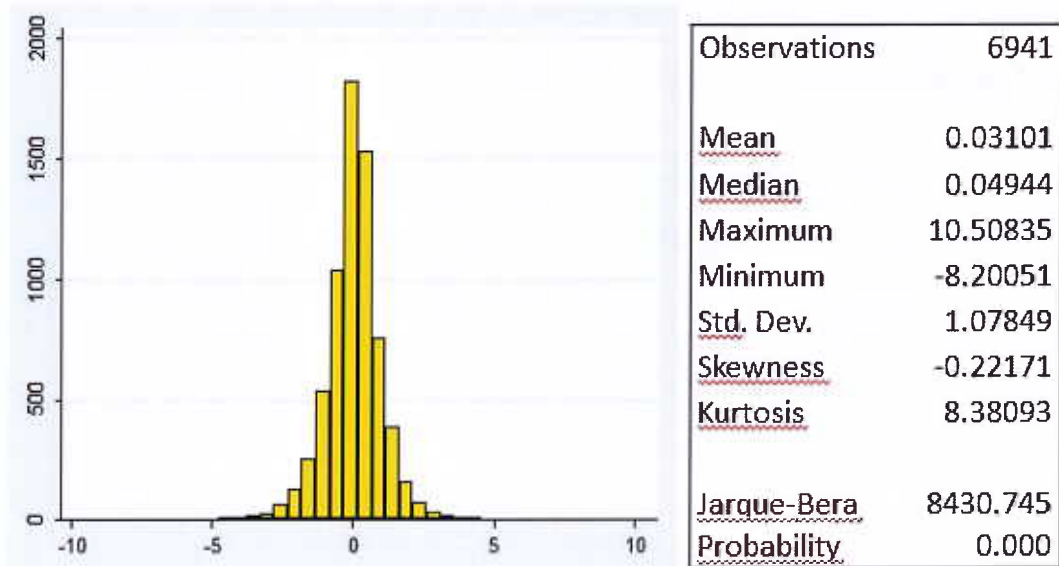


Figure 2 : Histogramme des rendements du Dow Jones

Quels enseignements sur le rendement de l'indice Dow Jones peut-on tirer des figures 1 et 2 et des statistiques descriptives fournies<sup>1</sup> ?

### Exercice n°2

Soit un processus ARIMA(0,0,1)

$$y_t = c + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad |\theta_1| < 1, \quad (1)$$

où  $\varepsilon_t \sim i.i.d(0, \sigma_\varepsilon^2)$ .

1. Ce processus est-il stationnaire au second ordre ?
2. Donner l'expression de sa fonction d'autocorrélation. La représenter graphiquement. Commenter.
3. Donner les caractéristiques graphiques de sa fonction d'autocorrélation partielle. Commenter.
4. Comment faire de la prévision en  $T + \tau$ ,  $\tau \geq 1$ , à partir de ce processus ?

### Exercice n°3

Soit la série  $y_t$  de l'indice S&P 500 (New York) sur la période 1871-1997, i.e. données annuelles  $T = 127$  observations. On s'interroge sur la possible non stationnarité de la série. Pour tester cette hypothèse, trois modèles sont retenus :

$$\text{Modèle (1) : } \Delta y_t = \phi^* y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

$$\text{Modèle (2) : } \Delta y_t = c + \phi^* y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

$$\text{Modèle (3) : } \Delta y_t = c + \beta t + \phi^* y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

avec  $\varepsilon_t \sim i.i.d(0, \sigma_\varepsilon^2)$ ,  $\phi^* = (\phi_1 - 1)$ .

<sup>1</sup>Au seuil  $\alpha = 5\%$ , les valeurs tabulées de la loi du khi-deux à un et deux degrés de liberté sont respectivement égales à 3,841 et 5,991.

1. La série  $y_t$  est-elle stationnaire ? Répondre à cette question en utilisant les tests de *Dickey-Fuller* et la stratégie de tests associée en considérant  $\alpha = 5\%$ . Les résultats des modèles (1), (2) et (3) sont fournis à l'annexe A, et les tabulations à l'annexe B, i.e. se reporter aux tableaux 1, 2 et 3. Par ailleurs, les valeurs des statistiques calculées  $F_3$  et  $F_2$  sont respectivement égales à 2,617 et 4,201. Commenter les résultats obtenus.
2. Les conclusions obtenues sont-elles fiables ? Expliquer.

#### **Exercice n°4**

Soit le processus GARCH(1,1) :

$$h_t = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}, \quad (2)$$

avec  $\varepsilon_t = z_t \sqrt{h_t}$ , où la variable  $z_t$  est indépendamment et identiquement distribuée de moyenne nulle et de variance unitaire, et supposée suivre une distribution normale classique.

1. À quelles conditions ce processus est-il stationnaire au second ordre ?
2. En quoi permet-il de capter un excès de *Kurtosis* ?
3. Concrètement comment faire empiriquement pour identifier ce processus, l'estimer et le valider ?

## Annexe A

**/\* Modèle (3) \*/**

dfuller lSP, trend regress lags(0)

Dickey-Fuller test for unit root Number of obs = 126

	Test Statistic	1% Critical Value	5% Critical Value	10% Critical Value
Z(t)	-1.372	-4.031	-3.447	-3.147

MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.8691

D.lSP	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
lSP						
L1.	-.0432217	.0315137	-1.37	0.173	-.105601	.0191577
_trend	.002335	.0012138	1.92	0.057	-.0000676	.0047376
_cons	.0230022	.0384706	0.60	0.551	-.053148	.0991523

**/\* Modèle (2) \*/**

. dfuller lSP, regress lags(0)

Dickey-Fuller test for unit root Number of obs = 126

	Test Statistic	1% Critical Value	5% Critical Value	10% Critical Value
Z(t)	1.225	-3.501	-2.888	-2.578

MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.9962

D.lSP	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
lSP						
L1.	.0136015	.0111011	1.23	0.223	-.0083707	.0355738
_cons	-.0001816	.0369299	-0.00	0.996	-.0732762	.0729131

**/\* Modèle (1) \*/**

. dfuller lSP, noconstant regress lags(0)

Dickey-Fuller test for unit root Number of obs = 126

	Test Statistic	1% Critical Value	5% Critical Value	10% Critical Value
Z(t)	2.911	-2.597	-1.950	-1.612

D.lSP	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
lSP						
L1.	.013552	.0046561	2.91	0.004	.0043371	.0227669

## Annexe B

**Tableau 1** - Valeurs critiques des  $t$  de *Student* lorsque  $\phi_1 = 1$  pour le coefficient affecté à la variable  $y_{t-1}$ .

	$T$	$\alpha = 1 \%$	$\alpha = 5 \%$	$\alpha = 10 \%$
<b>Modèle (1)</b>	50	-2,62	-1,95	-1,61
	100	-2,60	-1,95	-1,61
	250	-2,58	-1,95	-1,62
	500	-2,58	-1,95	-1,62
	$\infty$	-2,58	-1,95	-1,62
<b>Modèle (2)</b>	50	-3,58	-2,93	-2,62
	100	-3,51	-2,89	-2,58
	250	-3,46	-2,88	-2,57
	500	-3,44	-2,87	-2,57
	$\infty$	-3,43	-2,86	-2,57
<b>Modèle (3)</b>	50	-4,15	-3,50	-3,18
	100	-4,04	-3,45	-3,15
	250	-3,99	-3,43	-3,13
	500	-3,98	-3,42	-3,13
	$\infty$	-3,96	-3,41	-3,12

Source : Fuller (1976, p. 373).

**Tableau 2** - Valeurs critiques de  $F_2 - H_0^2 : (c, \phi^*) = (0,0)$ .

$T$	$1 - \alpha = 99 \%$	$1 - \alpha = 95 \%$	$1 - \alpha = 90 \%$
50	7,06	4,86	3,94
100	6,70	4,74	3,86
250	6,52	4,63	3,81
500	6,47	4,61	3,79
$\infty$	6,43	4,59	3,78

Source : Dickey et Fuller (1981, p. 1063).

**Tableau 3** - Valeurs critiques de  $F_3 - H_0^3 : (c, \beta, \phi^*) = (c, 0,0)$ .

$T$	$1 - \alpha = 99 \%$	$1 - \alpha = 95 \%$	$1 - \alpha = 90 \%$
50	9,31	6,73	5,61
100	8,73	6,49	5,47
250	8,43	6,34	5,39
500	8,34	6,30	5,36
$\infty$	8,27	6,25	5,34

Source : Dickey et Fuller (1981, p. 1063).