

<b>Session :</b>	Janvier 2017
<b>Année d'étude :</b>	Première année de Master économique-gestion Mention économie managériale et industrielle
<b>Discipline :</b>	<i>Économétrie appliquée</i> (Unité d'Enseignements Fondamentaux 1)
<b>Titulaire(s) du cours :</b>	M. Alain PIROTTE
<b>Document(s) autorisé(s) :</b>	Aucun Calculatrice <u>non programmable</u> autorisée
<b>Durée de l'épreuve :</b>	3 heures

Exercice n°1

Soit le modèle à équations simultanées :

$$\begin{cases} y_{1t} = a_1 + a_2 y_{2t} + a_3 x_{1t} + a_4 x_{2t} + u_{1t} \\ y_{2t} = b_1 + b_2 y_{1t} + b_3 x_{3t} + u_{2t} \end{cases} \quad (1)$$

où  $y_{1t}$ ,  $y_{2t}$  sont les variables endogènes,  $x_{1t}$ ,  $x_{2t}$ ,  $x_{3t}$  les variables exogènes, et  $u_{1t}$ ,  $u_{2t}$ , les perturbations.

1. Écrire matriciellement les formes structurelle et réduite.
2. Étudier les conditions d'identification de chaque équation. Commenter.

3. Est-il absolument nécessaire de recourir à l'estimateur des Doubles Moindres Carrés (DMC) pour estimer les paramètres des deux équations ?
4. Illustrer la mise en œuvre des DMC sur une des équations du système.
5. Quels seraient les avantages/inconvénients de recourir aux Triples Moindres Carrés (TMC) par rapport aux DMC ?

### Exercice n°2

Un économiste cherche à expliquer les dépenses de consommation des ménages américains sur la période allant de 1960 à 2009 ( $T = 50$  années). Pour cela, il retient le modèle autorégressif suivant :

$$c_t = a + \gamma c_{t-1} + br_t + u_t, \quad (2)$$

où  $c_t$  représente les dépenses de consommation des ménages américains (en dollars constants 2005), et  $r_t$ , le revenu des ménages américains après impôts (en dollars constants 2005).

1. L'application des MCO au modèle (2) a donné les résultats<sup>1</sup> suivants :

$$\hat{c}_t = -485,885 + 0,559c_{t-1} + 0,432r_t, \quad (3)$$

(-2,459)
(6,629)
(5,291)

$$\hat{\sigma}_u = 269,156 \quad R^2 = 0,998 \quad DW = 0,708.$$

Commenter.

2. Calculer le multiplicateur total (i.e. de long terme). Expliquer comment faire pour obtenir leurs écarts-types ? Est-il significativement différent de 0 (La matrice estimée de variances-covariances de l'estimateur des MCO est fournie ci-après) ?

$$\hat{V} \begin{bmatrix} \hat{a} \\ \hat{\gamma} \\ \hat{b} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 39015,919 & 12,114675 & -12,479109 \\ & 0,00711 & -0,006865 \\ & & 0,0066652 \end{pmatrix}.$$

<sup>1</sup>Dans cet examen, tous les nombres entre parenthèses en dessous des coefficients estimés correspondent aux  $t$  de *Student* calculés.

3. Construire les intervalles de confiance des multiplicateurs instantané (i.e. de court terme) et total à 95 %. Interpréter.
4. Mettre en œuvre le test  $h$  de *Durbin* pour valider l'hypothèse de non autocorrélation à l'ordre 1 des perturbations du modèle (2). Les estimations fournies par les MCO sont-elles fiables ? Si tel n'est pas le cas, décrire ce qu'il conviendrait de faire.

### Exercice n°3

On s'intéresse à l'estimation des fonctions de coût total de six compagnies aériennes (notées  $CT_1, \dots, CT_M$ ,  $M = 6$ ) sur la période 1970-1984 ( $T = 15$  années). On suppose que le coût total de chaque compagnie aérienne  $m$  à l'année  $t$  est expliqué par :

$$CT_{m,t} = b_{m0} + b_{m1}Q_{m,t} + b_{m2}PF_{m,t} + b_{m3}AF_{m,t} + u_{m,t}, \quad (4)$$

où  $m = 1, \dots, M$ ,  $t = 1, \dots, T$ ,  $CT$  représente le coût total (en milliers de dollars),  $Q$ , le produit (indice),  $PF$ , le prix du kérosène, et  $AF$ , le taux moyen d'utilisation de la flotte.

1. Quel type de modélisation peut-on envisager pour estimer le modèle (4) pour chacune des six compagnies aériennes qui tiennent compte implicitement d'éventuelles interdépendances entre les six équations ? Expliquer.
2. Donner l'écriture matricielle du modèle et ses principales hypothèses.
3. Commenter les résultats des tableaux 1 et 2 ci-après.

Tableau 1 : Résultats des MCO équation par équation

	$CT_1$	$CT_2$	$CT_3$	$CT_4$	$CT_5$	$CT_6$
$\hat{b}_0$	1970170 (2,37)	2984870 (5,05)	274648,6 (1,26)	176458 (1,41)	106228,5 (1,90)	2690,307 (0,05)
$\hat{b}_1$	2584384 (7,84)	3663084 (8,10)	1468383 (6,40)	2771378 (12,33)	2681560 (10,94)	3291911 (66,05)
$\hat{b}_2$	2,1164 (11,92)	1,043849 (3,05)	0,691917 (13,66)	0,6734279 (10,67)	0,1970259 (5,64)	0,0941522 (6,07)
$\hat{b}_3$	-6621324 (-3,36)	-9263401 (-6,10)	-832423,8 (-1,80)	-814812 (-3,09)	-374953,4 (-3,19)	-147763,2 (-1,40)
$R^2$	0,991	0,991	0,991	0,992	0,995	0,999

Tableau 2 : Résultats des MCQG (SURE)

	CT <sub>1</sub>	CT <sub>2</sub>	CT <sub>3</sub>	CT <sub>4</sub>	CT <sub>5</sub>	CT <sub>6</sub>
$\widehat{b}_0$	1673114 (3,94)	2524377 (7,48)	214348 (1,44)	249916,8 (2,83)	102039,5 (2,49)	44069,52 (1,24)
$\widehat{b}_1$	2268650 (10,76)	3046035 (10,04)	1511010 (9,69)	2637392 (16,39)	2408490 (13,79)	3274143 (86,33)
$\widehat{b}_2$	2,234136 (16,39)	1,471127 (6,18)	0,6786924 (18,07)	0,7210176 (15,69)	0,2333255 (8,80)	0,104145 (9,14)
$\widehat{b}_3$	-5469461 (-5,32)	-7639167 (-8,47)	-748559,2 (-2,43)	-938069,4 (-5,00)	-343319,6 (-4,06)	-232915,7 (-3,21)
$R^2$	0,991	0,990	0,991	0,992	0,994	0,999

4. Pour tester la diagonalité de la matrice de variances-covariances des perturbations,  $H_0 : \Sigma$  est diagonale, on fournit la valeur de la statistique calculée  $\lambda_{LM}$ , soit 32,90. Que peut-on en conclure ?
5. L'application des MCO équation par équation est-elle nécessaire à la mise en œuvre de l'estimateur des MCQG du SURE ? Expliquer.

#### Exercice n°4

Soit le modèle de régression multiple :

$$\ln wage_i = b_0 + b_1 educ_i + b_2 exper_i + b_3 genre_i + b_4 black_i + b_5 hisp_i + u_i, \quad (5)$$

où  $exper_i$  est l'expérience professionnelle en nombre d'années de l'individu  $i$ ,  $educ_i$ , le niveau d'études de l'individu  $i$ ,  $black_i$ , variable valant 1 si l'individu  $i$  est noir, 0 sinon,  $hisp_i$ , variable valant 1 si l'individu  $i$  est d'origine hispanique, 0 sinon,  $genre_i$ , variable valant 1 si l'individu  $i$  est une femme, 0 sinon, et  $wage_i$ , le taux de salaire horaire (en dollars) de l'individu  $i$ .  $\ln$  représente le logarithme népérien.

1. Pour estimer les paramètres du modèle (5), on dispose d'une coupe transversale (année 2002), qui concerne 540 américains (270 hommes et 270 femmes) âgés de 14 à 21 ans en 1979. L'application des MCO a

donné les résultats suivants :

$$\begin{aligned} \ln \widehat{wage}_i = & 0,6843 + 0,1263educ_i + 0,0327exper_i - 0,3014genre_i \\ & \quad (3,66) \quad (12,96) \quad (6,50) \quad (-6,81) \\ & -0,2060black_i - 0,0997hisp_i. \end{aligned} \quad (6)$$

$$R^2 = 0,363 \quad \hat{\sigma}_u = 0,505.$$

Quels commentaires ces résultats inspirent-ils ?

2. Maintenant, on s'interroge sur le caractère exogène des variables explicatives *educ* et *exper*. Cela se justifie-t-il ? Existe-t-il un test qui permet d'apporter une réponse à cette interrogation ?
3. En admettant le caractère non exogène des variables explicatives *educ* et *exper*, on dispose dans la base de données de l'information sur le niveau d'éducation de la mère (*educm*) et de l'âge de la personne (*age*). À quelles conditions ces instruments sont-ils acceptables ?
4. La méthode par variables instrumentales a donné les résultats suivants :

$$\begin{aligned} \ln \widehat{wage}_i = & 0,8959 + 0,1338educ_i + 0,0151exper_i - 0,3378genre_i \\ & \quad (1,80) \quad (5,83) \quad (0,96) \quad (-6,31) \\ & -0,2157black_i - 0,1252hisp_i. \end{aligned} \quad (7)$$

$$R^2 = 0,344 \quad \hat{\sigma}_u = 0,509.$$

Quels commentaires ces résultats inspirent-ils ?

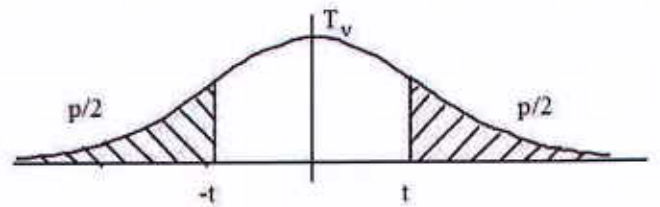
5. Si les informations concernant le nombre de frères et sœurs, le niveau d'éducation du père avaient été disponibles dans la base de données, comment auraient-elles pu être utilisées ?



**UNIVERSITÉ  
PANTHÉON-ASSAS  
PARIS II**  
DROIT - ÉCONOMIE - SCIENCES SOCIALES

## TABLES STATISTIQUES

**Variable de STUDENT à  $\nu$  degrés de liberté**



$$T_\nu = \frac{U}{\sqrt{Y/\nu}} \quad \text{où } U \approx N(0,1) \text{ et } Y \approx \chi^2(\nu) \text{ sont indépendants en probabilité.}$$

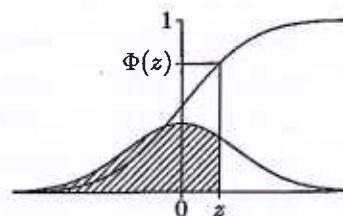
TABLE de  $t$  en fonction du degré de liberté  $\nu$  et de la probabilité  $p$ , tels que  $P(|T_\nu| > t) = p$  :

$\nu$ P	0,90	0,70	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
1	0,158	0,510	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657
2	0,142	0,445	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,137	0,424	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,134	0,414	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,132	0,408	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,131	0,404	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,130	0,402	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,130	0,399	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,129	0,398	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,129	0,397	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,129	0,396	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,128	0,395	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,128	0,394	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,128	0,393	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,128	0,393	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	0,128	0,392	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,128	0,392	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	0,127	0,392	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,127	0,391	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,127	0,391	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,127	0,391	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,127	0,390	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,127	0,390	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,127	0,390	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	0,127	0,390	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,127	0,390	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,127	0,389	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,127	0,389	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,127	0,389	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	0,127	0,389	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
	0,12566	0,38532	0,67449	0,84162	1,03643	1,28155	1,64485	1,95996	2,32634	2,57582

La loi limite, lorsque  $\nu$  tend vers l'infini, est une loi Normale centrée réduite.

LOI NORMALE  $\mathcal{N}(0, 1)$

Fonction de répartition de la loi Normale. — La fonction de répartition  $\Phi$  de la loi Normale  $\mathcal{N}(0, 1)$  est définie par  $\Phi(z) = \int_{-\infty}^z e^{-u^2/2} du/\sqrt{2\pi}$ ,  $z \in \mathbb{R}$ . Pour tout  $z \in \mathbb{R}$ , on a  $\Phi(z) = 1 - \Phi(-z)$ .



$z$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

Exemples. —  $\Phi(0,25) \approx 0,5987$ ,  $\Phi(-0,32) = 1 - \Phi(0,32) \approx 1 - 0,6255 = 0,3745$ .



Test de Durbin et Watson

Test unilatéral de  $\rho = 0$  contre  $\rho > 0$

(Valeurs critiques  $d_L^*$  et  $d_U^*$  pour un risque de première espèce  $\alpha = 5\%$ )

n	k = 1		k = 2		k = 3		k = 4		k = 5	
	$d_L$	$d_U$	$d_L$	$d_U$	$d_L$	$d_U$	$d_L$	$d_U$	$d_L$	$d_U$
15	1,08	1,36	0,95	1,54	0,82	1,76	0,69	1,97	0,56	2,21
16	1,10	1,37	0,98	1,54	0,86	1,73	0,74	1,93	0,62	2,15
17	1,13	1,38	1,02	1,54	0,90	1,71	0,78	1,90	0,67	2,10
18	1,16	1,39	1,05	1,53	0,93	1,69	0,82	1,87	0,71	2,06
19	1,18	1,40	1,08	1,53	0,97	1,68	0,85	1,85	0,75	2,02
20	1,20	1,41	1,10	1,54	1,00	1,68	0,90	1,83	0,79	1,99
21	1,22	1,42	1,13	1,54	1,03	1,67	0,93	1,81	0,83	1,96
22	1,24	1,43	1,15	1,54	1,05	1,66	0,96	1,80	0,86	1,94
23	1,26	1,44	1,17	1,54	1,08	1,66	0,99	1,79	0,90	1,92
24	1,27	1,45	1,19	1,55	1,10	1,66	1,01	1,78	0,93	1,90
25	1,29	1,45	1,21	1,55	1,12	1,66	1,04	1,77	0,95	1,89
26	1,30	1,46	1,22	1,55	1,14	1,65	1,06	1,76	0,98	1,88
27	1,32	1,47	1,24	1,56	1,16	1,65	1,08	1,76	1,01	1,86
28	1,33	1,48	1,26	1,56	1,18	1,65	1,10	1,75	1,03	1,85
29	1,34	1,48	1,27	1,56	1,20	1,65	1,12	1,74	1,05	1,84
30	1,35	1,49	1,28	1,57	1,21	1,65	1,14	1,74	1,07	1,83
31	1,36	1,50	1,30	1,57	1,23	1,65	1,16	1,74	1,09	1,83
32	1,37	1,50	1,31	1,57	1,24	1,65	1,18	1,73	1,11	1,82
33	1,38	1,51	1,32	1,58	1,26	1,65	1,19	1,73	1,13	1,81
34	1,39	1,51	1,33	1,58	1,27	1,65	1,21	1,73	1,15	1,81
35	1,40	1,52	1,34	1,58	1,28	1,65	1,22	1,73	1,16	1,80
36	1,41	1,52	1,35	1,59	1,29	1,65	1,24	1,73	1,18	1,80
37	1,42	1,53	1,36	1,59	1,31	1,66	1,25	1,72	1,19	1,80
38	1,43	1,54	1,37	1,59	1,32	1,66	1,26	1,72	1,21	1,79
39	1,43	1,54	1,38	1,60	1,33	1,66	1,27	1,72	1,22	1,79
40	1,44	1,54	1,39	1,60	1,34	1,66	1,29	1,72	1,23	1,79
45	1,48	1,57	1,43	1,62	1,38	1,67	1,34	1,72	1,29	1,78
50	1,50	1,59	1,46	1,63	1,42	1,67	1,38	1,72	1,34	1,77
55	1,53	1,60	1,49	1,64	1,45	1,68	1,41	1,72	1,38	1,77
60	1,55	1,62	1,51	1,65	1,48	1,69	1,44	1,73	1,41	1,77
65	1,57	1,63	1,54	1,66	1,50	1,70	1,47	1,73	1,44	1,77
70	1,58	1,64	1,55	1,67	1,52	1,70	1,49	1,74	1,46	1,77
75	1,60	1,65	1,57	1,68	1,54	1,71	1,51	1,74	1,49	1,77
80	1,61	1,66	1,59	1,69	1,56	1,72	1,53	1,74	1,51	1,77
85	1,62	1,67	1,60	1,70	1,57	1,72	1,55	1,75	1,52	1,77
90	1,63	1,68	1,61	1,70	1,59	1,73	1,57	1,75	1,54	1,78
95	1,64	1,69	1,62	1,71	1,60	1,73	1,58	1,75	1,56	1,78
100	1,65	1,69	1,63	1,72	1,61	1,74	1,59	1,76	1,57	1,78

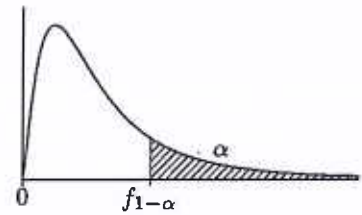
(n : nombre d'observations ; k : nombre de variables explicatives autres que la constante)

LOI DE FISHER-SNEDECOR ( $\alpha = 0,05$ )

Si  $F$  est une variable aléatoire suivant la loi de Fisher-Snedecor à  $(\nu_1, \nu_2)$  degrés de liberté, la table donne la valeur  $f_{1-\alpha}$  telle que

$$\mathbb{P}\{F \geq f_{1-\alpha}\} = \alpha = 0,05.$$

Ainsi,  $f_{1-\alpha}$  est le quantile d'ordre  $1 - \alpha = 0,95$  de la loi de Fisher-Snedecor à  $(\nu_1, \nu_2)$  degrés de liberté.



$\nu_2 \backslash \nu_1$	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	$\infty$
1	161	200	216	225	230	234	239	242	246	248	250	254
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,85	8,79	8,70	8,66	8,62	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,96	5,86	5,80	5,75	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,74	4,62	4,56	4,50	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,06	3,94	3,87	3,81	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,64	3,51	3,44	3,38	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,35	3,22	3,15	3,08	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,14	3,01	2,94	2,86	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,98	2,85	2,77	2,70	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,85	2,72	2,65	2,57	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,75	2,62	2,54	2,47	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,77	2,67	2,53	2,46	2,38	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,60	2,46	2,39	2,31	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,54	2,40	2,33	2,25	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,49	2,35	2,28	2,19	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,45	2,31	2,23	2,15	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,41	2,27	2,19	2,11	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,38	2,23	2,16	2,07	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,35	2,20	2,12	2,04	1,84
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,30	2,15	2,07	1,98	1,78
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,25	2,11	2,03	1,94	1,73
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,22	2,07	1,99	1,90	1,69
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,29	2,19	2,04	1,96	1,87	1,65
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,16	2,01	1,93	1,84	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,08	1,92	1,84	1,74	1,51
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	2,03	1,87	1,78	1,69	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,10	1,99	1,84	1,75	1,65	1,39
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,95	1,79	1,70	1,60	1,32
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,03	1,93	1,77	1,68	1,57	1,28
$\infty$	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	1,94	1,83	1,67	1,57	1,46	1,00

**TABLE DU CHI-DEUX :  $\chi^2(n)$**



n	P	0.90	0.80	0.70	0.50	0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01
1		0,0158	0,0642	0,148	0,455	1,074	1,642	2,706	3,841	5,412	6,635
2		0,211	0,446	0,713	1,386	2,408	3,219	4,605	5,991	7,824	9,210
3		0,584	1,005	1,424	2,366	3,665	4,642	6,251	7,815	9,837	11,341
4		1,064	1,649	2,195	3,357	4,878	5,989	7,779	9,488	11,668	13,277
5		1,610	2,343	3,000	4,351	6,064	7,289	9,236	11,070	13,388	15,086
6		2,204	3,070	3,828	5,348	7,231	8,558	10,645	12,592	15,033	16,812
7		2,833	3,822	4,671	6,346	8,383	9,803	12,017	14,067	16,622	18,475
8		3,490	4,594	5,527	7,344	9,524	11,030	13,362	15,507	18,168	20,090
9		4,168	5,380	6,393	8,343	10,656	12,242	14,684	16,919	19,679	21,666
10		4,865	6,179	7,267	9,342	11,781	13,442	15,987	18,307	21,161	23,209
11		5,578	6,989	8,148	10,341	12,899	14,631	17,275	19,675	22,618	24,725
12		6,304	7,807	9,034	11,340	14,011	15,812	18,549	21,026	24,054	26,217
13		7,042	8,634	9,926	12,340	15,119	16,985	19,812	22,362	25,472	27,688
14		7,790	9,467	10,821	13,339	16,222	18,151	21,064	23,685	26,873	29,141
15		8,547	10,307	11,721	14,339	17,322	19,311	22,307	24,996	28,259	30,578
16		9,312	11,152	12,624	15,338	18,418	20,465	23,542	26,296	29,633	32,000
17		10,085	12,002	13,531	16,338	19,511	21,615	24,769	27,587	30,995	33,409
18		10,865	12,857	14,440	17,338	20,601	22,760	25,989	28,869	32,346	34,805
19		11,651	13,716	15,352	18,338	21,689	23,900	27,204	30,144	33,687	36,191
20		12,443	14,578	16,266	19,337	22,775	25,038	28,412	31,410	35,020	37,566
21		13,240	15,445	17,182	20,337	23,858	26,171	29,615	32,671	36,343	38,932
22		14,041	16,314	18,101	21,337	24,939	27,301	30,813	33,924	37,659	40,289
23		14,848	17,187	19,021	22,337	26,018	28,429	32,007	35,172	38,968	41,638
24		15,659	18,062	19,943	23,337	27,096	29,553	33,196	36,415	40,270	42,980
25		16,473	18,940	20,867	24,337	28,172	30,675	34,382	37,652	41,566	44,314
26		17,292	19,820	21,792	25,336	29,246	31,795	35,563	38,885	42,856	45,642
27		18,114	20,703	22,719	26,336	30,319	32,912	36,741	40,113	44,140	46,963
28		18,939	21,588	23,647	27,336	31,391	34,027	37,916	41,337	45,419	48,278
29		19,768	22,475	24,577	28,336	32,461	35,139	39,087	42,557	46,693	49,588
30		20,599	23,364	25,508	29,336	33,530	36,250	40,256	43,773	47,962	50,892

Pour  $n > 30$ , on peut admettre que  $\sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2n-1} \approx N(0,1)$

