

Session :	Mai 2019.
Année d'étude :	Première année de licence économie-gestion mention économie et gestion.
Discipline :	Statistiques 2 (Unité d'Enseignements Fondamentaux 2).
Titulaire du cours :	M. Lorenzo BASTIANELLO.
Document(s) autorisé(s) :	Calculatrice autorisée. Le téléphone portable n'est pas autorisé comme calculette. Documents interdits, ainsi que tout appareil électronique permettant une connexion à distance.

Examen de Statistiques 2 (5299)

Indications et consignes :

- La qualité de la présentation et la tenue de la copie peuvent faire l'objet de points négatifs.
- Toutes communications, quelle que soit leur nature, sont interdites.
- *Le barème est donné à titre indicatif et est susceptible d'être modifié.*

1. (6 points) Soit X une variable aléatoire continue avec fonction de densité f_X .

1. (1 point) Quelles propriétés la fonction f_X doit satisfaire ?
2. (2 points) Donner la définition de fonction de répartition F_X . Quels propriétés satisfait F_X ?
3. (3 points) Donner la définition d'espérance $\mathbb{E}(X)$ et de variance $V(X)$. On suppose que $\mathbb{E}(X) = 7$ et $V(X) = 9$. Soit Z la variable aléatoire définie par $Z = \frac{X-7}{3}$. Calculez $\mathbb{E}(Z)$ et $V(Z)$.

2. (5 points) Aveuglés par le désir de s'enrichir, les journalistes de *Le Monde*, sensés donner un prix au meilleur jeune économiste français, ont décidé d'accepter des pots-de-vin de la part des candidats. Pour gagner le prix, les économistes doivent passer une pré-sélection de deux rounds auprès d'une commission de journalistes. Un économiste qui passe les deux round est pré-sélectionné.

Si un économiste corrompt les journalistes il passe avec probabilité 1, sinon il passe avec probabilité $\frac{1}{3}$. Les événements "passer le round 1" et "passer le round 2" sont indépendants. Le 25% des économistes ont décidé de donner un pot-de-vin et on sait que si un économiste donne un pot-de-vin au premier round, il le donnera aussi au seconde (et vice versa).

1. (2 points) Sachant qu'un économiste a passé le premier round, quelle est la probabilité qu'il ait donné un-pot-de vin ?
2. (2 points) On choisit au hasard un économiste. Quelle est la probabilité qu'il soit pré-sélectionné ?
3. (1 point) Si on prend au hasard un économiste qui a passé le premier round. Quelle est la probabilité qu'il passe le deuxième ?

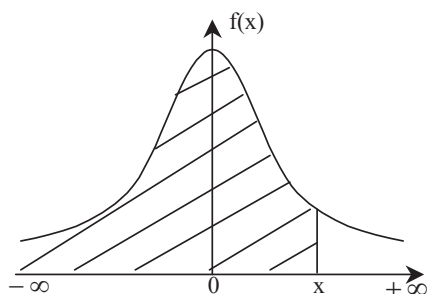
3. (3 points) Une variable aléatoire X continue a fonction de densité $f(x) = \begin{cases} x + ax^2 & \text{si } x \in [0, 1] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$.

1. (1 point) Trouver a .
2. (1 point) Trouver la fonction de répartition de X .
3. (1 point) Calculer $P(0.5 < X < 1)$.

4. (6 points) Un étude a montré que le revenu annuel (en million de dollars) des compagnies aériennes aux États Unis peut être modélisé par une loi normale $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Sachant que le 20% des compagnies ont un revenu inférieur à 8 millions et le 30% a un revenu supérieur à 40 millions montrer que $\mu \approx 28$ et $\sigma \approx 23.5$. Une compagnie est choisie au hasard. Quelle est la probabilité qu'elle ait un revenu supérieur à 70 millions ?

Loi Normale centrée réduite

Probabilité de trouver une valeur inférieure à x.



$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

X	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998

Table pour les grandes valeurs de x :

x	3	3,2	3,4	3,6	3,8	4	4,2	4,4	4,6	4,8
F(x)	0,99865003	0,99931280	0,99966302	0,99984085	0,99992763	0,99996831	0,99998665	0,99999458	0,99999789	0,99999921