

- Session :** Septembre 2019.
Année d'étude : Deuxième année de Licence économie-gestion mention économie et gestion.
Discipline : *Mathématiques 4* (Unité d'Enseignements Fondamentaux 2).
Titulaire du cours : M. Lorenzo BASTIANELLO.
Document(s) autorisé(s) : Calculatrice autorisée. Le téléphone portable n'est pas autorisé comme calculette. Documents interdits, ainsi que tout appareil électronique permettant une connexion à distance.

Examen de Mathématiques 4 (5287)

Le barème est donné à titre indicatif et est susceptible d'être modifié.

1. (6 points) On se propose de résoudre l'équation différentielle $(E) : x^2y' - xy = x^2 + 4, y(1) = 0$ sur $]0, +\infty[$.
 1. (2 points) Trouver les solutions de l'équation homogène associée.
 2. (2 points) Trouver, avec la méthode de variation de la constante, une solution particulière de (E) .
 3. (1 point) Soit f une fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = x \ln x - 2x^{-1}$. Vérifier que f est une solution de (E) .
 4. (1 point) Écrire la solution générale qui satisfait la condition initiale.

2. (5 points) Considérer la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 4 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
 1. (2 points) Calculer les valeurs propres de A .
 2. (3 points) Montrer que A est diagonalisable. Ensuite trouver une matrice diagonale D et une matrice inversible P telles que $A = PDP^{-1}$ (ne pas calculer P^{-1}).

3. (7 points) Considérons une suite réelle $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$.
 1. (1 point) Donner la définition de suite de somme partielle associée avec $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$.
 2. (1 point) Donner la définition de la série de terme général a_k converge.
 3. (2 points) Montrer que si la série de terme général a_k converge alors $\lim_k a_k = 0$.
 4. (1 point) Soit $a_k = \frac{1}{\ln k}$ pour $k > 1$. Est-ce que la série de terme général a_k converge ? Justifier.
 5. (2 points) Étudier la convergence des série de terme général

$$x_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} \text{ et } y_n = \frac{n^3}{3^n}$$

4. (2 points) Soit m un paramètre. Étudier les système linéaire

$$\begin{cases} mx + my = m \\ x + y = 2 \end{cases}$$