

Session:	Septembre 2018.
Année d'étude:	Deuxième année de Licence économie-gestion mention économie et gestion.
Discipline:	Statistiques 3 (Unité d'Enseignements Fondamentaux 1).
Titulaire du cours:	M. Youcef ASKOURA.
Document(s) autorisé(s) :	Calculatrice NON autorisée. Documents interdits, ainsi que tout appareil électronique permettant une connexion à distance quelconque.

Examen de Statistique 3 (5009): session Septembre 2018

La calculatrice étant interdite, les résultats peuvent être laissés en fractions simplifiées ou en produit de fractions simplifiées.

Exercice 1. (2,5 pts+ 0,5 point bonus)

1) Montrer que $\bigcup_{n \geq 1} [\frac{1}{n}, 1] =]0, 1]$. (Question bonus 0.5 pts).

2) (On supposera ici que le résultat de la question 1) est acquis même en cas de non réponse à celle-ci) Soit \mathfrak{B} une tribu sur $[0, 1]$ contenant tous les intervalles $[\frac{1}{n}, 1], n \geq 1$, et contenant aussi $\{1\}$. En déduire de 1) que :

a) \mathfrak{B} contient $]0, 1]$

b) \mathfrak{B} contient $\{0\}$.

3. Notons par P une loi de probabilité sur $([0, 1], \mathfrak{B})$, telle que $P(\{1\}) = 1$. Donner les probabilités $P([\frac{1}{n}, 1])$ pour tout $n \geq 1$. Donner $P([0, \frac{1}{2}])$.

Exercice 2. (2 pts)

1. Donner la formule de Bayes.

2. Soit A, B, C trois événements d'un espace probabilisé (Ω, \mathcal{A}, P) . Supposons que B et C sont incompatibles, $P(A) = 1/3$, $P(B) = 1/4$, $P(C) = 2/5$, $P(A \cap B) = 1/5$, et $P(C/A) = 1/5$.

Calculer $P(A/B \cup C)$.

Exercice 3. (2,5 pts)

On tire au sort (d'un coup) deux personnes dans un groupe de 12 hommes et 8 femmes pour constituer des représentants de parents d'élèves.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir 2 femmes comme représentantes ?

b) Quelle est l'espérance et la variance du nombre de femmes obtenues ?

Exercice 4. (3 pts)

Soit X_1, \dots, X_n des v.a. indépendantes de loi $U([0, a])$, $a > 0$.

Déterminer la densité de $T = 2 \min\{X_1, \dots, X_n\}$.

Sachant que si X suit $U([0, a])$, alors, $P(X \leq x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < 0, \\ \frac{x}{a} & \text{si } x \in [0, a], \\ 1, & \text{sinon.} \end{cases}$