Université PANTHÉON-ASSAS (PARIS II) — U.E.F.1/5009

Droit-Economie-Sciences Sociales — MELUN

Session:	Janvier 2019.
Année d'étude:	Deuxième année de Licence économie-gestion mention économie et gestion.
Discipline:	**Statistiques 3** (Unité d'Enseignements Fondamentaux 1).
Titulaire du cours:	M. Youcef ASKOURA.
Document(s) autorisé(s) :	Calculatrice autorisée. Le téléphone portable n'est pas autorisé comme calculette. Documents interdits, ainsi que tout appareil électronique permettant une connexion à distance quelconque.

Examen de Statistique 3 (5009): session Jenvier 2019

Exercice 1. (2,5 pts) Compléter les phrases suivantes (identifier les réponses sur la copie par les numéros des champs entre parenthèses correspondants).
1. Une fonction de répartition est définie de $\mathbb{R}$ dans l'intervalle ....(1). Elle est ....(2), tend vers ....(3) à $-\infty$ et à ....(4) à $+\infty$. Elle admet un nombre de ....(5) au plus dénombrable. (Le texte complété doit constituer une définition de la fonction de répartition).
2. Si une v.a. X est continue et possède pour densité la fonctions f donnée par $f(x) = \frac{1}{2}$ si $x \in [1,\ 2] \cup [3,\ 4]$, et $f(x) = 0$ sinon, alors $P(X \in [\frac{3}{2},\ \frac{7}{2}]) =$ ....(6).

Exercice 2. (2,5 pts) (Donner les résultats numériques à 10^{-2} près : 2 chiffres après la virgule).
Dans le but de constituer un comités de 6 personnes respectant la parité homme/femme, on effectue des tirages au sort indépendants de 6 noms à la fois dans une liste de vingt noms composée de 9 noms de femmes et 11 noms d'hommes. On utilise la même liste à chaque fois, ce qui s'assimile aux tirages avec remise. Les tirages sont effectués jusqu'à l'obtention du comité souhaité.
1. Chaque tirage est associé à une expérience de Bernoulli dont le succès est "obtenir un comité respectant la parité"
Donner la probabilité de succès dans ces expériences répétées.
2. On note X la v.a. qui représente le nombre de tirages nécessaire pour obtenir le comité souhaité.
(a) Quelle est la loi de X. Donner $P(X = 6)$. Que représente cette probabilité?
(b) Donner $E(X)$ et $V(X)$.

Exercice 3. (2,5pts)
Soit $G : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ définie en tout $x \in \mathbb{R}$ par

$$G(x) = \begin{cases} \alpha e^{x}, & \text{si } x < 0, \\ e^{\frac{x}{x+1}-1}, & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

1. Montrer que G est une fonction de répartition pour tout $\alpha \in [0, \frac{1}{e}]$.
2. G est-elle une fonction de répartition pour $\alpha = 1$?
3. On fixe $\alpha = \frac{1}{e}$ et on considère une v.a. X ayant pour fonction de répartition G.
(a) Donner $P_X([-1,\ 1])$.
(b) Donner la densité de X.

Exercice 4. (2pts)
1. Soit X une v.a. suivant T_{10}. Donner un intervalle contenant 95% des valeurs de $Y = \frac{X-5}{3}$.
2. Soit X et Y deux v.a. indépendantes. X suit $N(0, 2)$ et Y suit χ^2_{25}. Donner un intervalle contenant 90% des valeurs de $Y = \frac{X}{\sqrt{Y}}$.

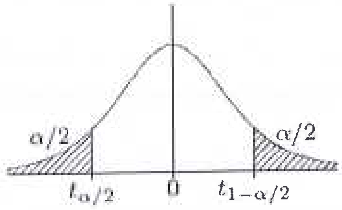
Exercice 5. (1pts) Un joueur tire au sort un nombre $n \in \{1, ..., 100\}$ (en utilisant par exemple une urne contenant 100 boules numérotées de 1 à 100), et par la suite il parie 3n +1€ dans une partie d'un jeu cartes où la probabilité d'empocher 2 fois cette somme pariée (gain =3n +1€) est de 1/2, celle de la perdre est de 1/4 (gain=-(3n +1)€) et celle de récupérer son argent (gain =0 €) est de 1/4. Donner l'espérance des gains du joueur.

TABLE 6. **Table de la loi T de Student**

Si T est une variable aléatoire suivant la loi de Student à ν degrés de liberté, la table donne, pour α fixé, la valeur $t_{1-\alpha/2}$ telle que

$$\mathbb{P}\{|T| \geqslant t_{1-\alpha/2}\} = \alpha.$$

Ainsi, $t_{1-\alpha/2}$ est le quantile d'ordre $1-\alpha/2$ de la loi de Student à ν degrés de liberté.



ν \ α	0,900	0,500	0,300	0,200	0,100	0,050	0,020	0,010	0,001
1	0,1584	1,0000	1,9626	3,0777	6,3138	12,7062	31,8205	63,6567	636,6193
2	0,1421	0,8165	1,3862	1,8856	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248	31,5991
3	0,1366	0,7649	1,2498	1,6377	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409	12,9240
4	0,1338	0,7407	1,1896	1,5332	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041	8,6103
5	0,1322	0,7267	1,1558	1,4759	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321	6,8688
6	0,1311	0,7176	1,1342	1,4398	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074	5,9588
7	0,1303	0,7111	1,1192	1,4149	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995	5,4079
8	0,1297	0,7064	1,1081	1,3968	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554	5,0413
9	0,1293	0,7027	1,0997	1,3830	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498	4,7809
10	0,1289	0,6998	1,0931	1,3722	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693	4,5869
11	0,1286	0,6974	1,0877	1,3634	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058	4,4370
12	0,1283	0,6955	1,0832	1,3562	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545	4,3178
13	0,1281	0,6938	1,0795	1,3502	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123	4,2208
14	0,1280	0,6924	1,0763	1,3450	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768	4,1405
15	0,1278	0,6912	1,0735	1,3406	1,7531	2,1314	2,6025	2,9467	4,0728
16	0,1277	0,6901	1,0711	1,3368	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208	4,0150
17	0,1276	0,6892	1,0690	1,3334	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982	3,9651
18	0,1274	0,6884	1,0672	1,3304	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784	3,9216
19	0,1274	0,6876	1,0655	1,3277	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609	3,8834
20	0,1273	0,6870	1,0640	1,3253	1,7247	2,0860	2,5280	2,8453	3,8495
21	0,1272	0,6864	1,0627	1,3232	1,7207	2,0796	2,5176	2,8314	3,8193
22	0,1271	0,6858	1,0614	1,3212	1,7171	2,0739	2,5083	2,8188	3,7921
23	0,1271	0,6853	1,0603	1,3195	1,7139	2,0687	2,4999	2,8073	3,7676
24	0,1270	0,6848	1,0593	1,3178	1,7109	2,0639	2,4922	2,7969	3,7454
25	0,1269	0,6844	1,0584	1,3163	1,7081	2,0595	2,4851	2,7874	3,7251
26	0,1269	0,6840	1,0575	1,3150	1,7056	2,0555	2,4786	2,7787	3,7066
27	0,1268	0,6837	1,0567	1,3137	1,7033	2,0518	2,4727	2,7707	3,6896
28	0,1268	0,6834	1,0560	1,3125	1,7011	2,0484	2,4671	2,7633	3,6739
29	0,1268	0,6830	1,0553	1,3114	1,6991	2,0452	2,4620	2,7564	3,6594
30	0,1267	0,6828	1,0547	1,3104	1,6973	2,0423	2,4573	2,7500	3,6460
40	0,1265	0,6807	1,0500	1,3031	1,6839	2,0211	2,4233	2,7045	3,5510
60	0,1262	0,6786	1,0455	1,2958	1,6706	2,0003	2,3901	2,6603	3,4602
80	0,1261	0,6776	1,0432	1,2922	1,6641	1,9901	2,3739	2,6387	3,4163
120	0,1259	0,6765	1,0409	1,2886	1,6577	1,9799	2,3578	2,6174	3,3735
∞	0,1257	0,6745	1,0364	1,2816	1,6449	1,9600	2,3263	2,5758	3,2905

Lorsque $\nu = \infty$, $t_{1-\alpha/2}$ est le quantile d'ordre $1-\alpha/2$ de la loi normale $\mathcal{N}(0,1)$.