**Université PANTHÉON - ASSAS (PARIS II)** **U.E.F.1**

**Droit - Economie - Sciences Sociales** **5007**

Melun

**Session :** Septembre 2018

**Année d'étude :** Deuxième année de Licence économie-gestion mention économie et gestion

**Discipline :** ***Mathématiques 3***

(Unité d'Enseignements Fondamentaux 1)

**Titulaire(s) du cours :**

M. Matthieu RICHARD

**Document(s) autorisé(s) :**

Ni document ni calculatrice ne sont autorisés.

**Université Paris II** - Institut de droit et d'économie de Melun — Mathématiques 3 (5007)
**Licence 2 Sciences économiques et Gestion** — Cours de M. RICHARD

**Septembre 2018**

Les documents et les calculatrices ne sont pas autorisés.

## Exercice 1

On considère l'ensemble $A = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \text{ tels que } 2x - 3y + t = 0\}$.
a) Montrer que $A$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$.
b) Déterminer une base de $A$.
c) Déterminer la dimension de $A$.
d) Les vecteurs $(1, 1, 1)$ et $(1, 1, 1, 1)$ appartiennent-il à $A$ ? Justifier.

## Exercice 2

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ des vecteurs de $\mathbb{R}^3$. On considère l'application :

$$\begin{array}{rccc} \varphi : & \mathbb{R}^2 & \to & \mathbb{R}^3 \\ & (x, y) & \mapsto & \varphi(x, y) = x\vec{u} + y\vec{v} \end{array}$$

1. Montrer que $\varphi$ est une application linéaire.
2. On suppose que $\vec{u} = (1, 3, -1)$ et $\vec{v} = (-2, -6, 2)$.
a) Donner l'expression de $\varphi(x, y)$ en fonction de $x$ et $y$.
b) Déterminer $Ker\ \varphi$. En donner une base et la dimension.
c) Déterminer la dimension de l'image de $\varphi$ puis donner une base de $Im\ \varphi$.

## Exercice 3

Soit $f$ une application de $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}^3$ définie pour tout triplet $(x, y, z)$ de $\mathbb{R}^3$ par :

$$f(x, y, z) = (x + 3y + z, -x + 2y + z, x - y).$$

1. a) Montrer que $f$ est une application linéaire de $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}^3$.
b) Quel nom donne-t-on aux applications linéaires dont l'espace d'arrivée est identique à l'espace de départ ?
c) $f$ est-elle injective ? surjective ? bijective ? Justifier.
d) Déterminer la matrice $A$ représentant l'application $f$ dans la base canonique de $\mathbb{R}^3$.

Soient $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

2. a) On suppose que les matrices $B$ et $C$ représentent respectivement les applications linéaires $g$ et $h$ dans les bases canoniques. Donner l'expression de $g$ et l'expression de $h$.
b) Calculer le produit $CB$. Quelle application linéaire représente le produit $CB$ ? Quels sont son espace de départ et son espace d'arrivée ?

3. a) Montrer que $C$ est inversible.
b) Déterminer la matrice inverse de la matrice $C$.
c) Résoudre le système linéaire suivant : $\left\{ \begin{array}{rcrcrcl} x & + & 3y & + & z & = & 2 \\ -x & + & 2y & + & z & = & 0 \\ x & - & y & & & = & 1 \end{array} \right.$
4. Quelle est l'unique solution de l'équation $f(x, y, z) = (2, 0, 1)$ ?