

Melun

Année d'étude: Deuxième année de Licence économie-gestion mention administration économique et sociale

Discipline: Techniques Quantitatives: Statistiques
(Unité d'Enseignements Fondamentaux 1)

Session: Septembre 2019

Titulaire(s) du cours: M.Massimiliano MATTERA

Document(s) autorisé(s): Calculatrice - Tout autre document est interdit.

Le sujet est composé de questions de cours et de trois exercices indépendants.

Questions de cours :

1. Rappeler et démontrer la propriété d'absence de mémoire pour les lois exponentielles.
2. Énoncer les inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev.
3. a) Donner la définition des différents modes de convergence de suites de variables aléatoires.
b) Rappeler la chaîne d'implications entre ces modes de convergence.
4. Énoncer le théorème central limite et la loi faible des grands nombres.

Exercice 1 :

A. On lance 8 fois une pièce de monnaie ayant une probabilité $p = \frac{1}{2}$ de tomber sur pile. On suppose les lancers indépendants et on note X le nombre de lancers ayant donné pile.

1. Quelle est la loi de la variable aléatoire X ?
2. Déterminer $E(X)$ et $V(X)$.
3. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins un pile?

B. On lance cette même pièce de monnaie indéfiniment et on note Y la variable aléatoire égale au rang du lancer donnant pile pour la première fois et Z le nombre de lancers nécessaires pour obtenir pour la première fois un deuxième pile.

Ainsi, par exemple, si la suite des lancers obtenus est: FFPFPPFF... alors $Y = 3$ et $Z = 5$.

1. a) Quelle est la loi de la variable aléatoire Y ?
b) Calculer $P([Y \geq 3])$
c) Déterminer $E(Y)$ et $V(Y)$.
2. a) Quelle est la loi de la variable aléatoire Z ?
b) Calculer $P([Z \geq 4])$
c) Déterminer $E(Z)$ et $V(Z)$.

Exercice 2 :

Soit X une variable aléatoire qui suit la loi normale centrée réduite.

- a) Calculer $P(X < 1)$, $P(X > 0,5)$, $P(X > -1,2)$, $P(X > 2,17)$, $P(-1,5 < X < 1)$ et $P(|X| \leq 1,3)$.
- b) Déterminer x_0 tel que $P(X < x_0) = 0,05$.
- c) Déterminer x_1 tel que $P(|X| \leq x_1) = 0,95$.

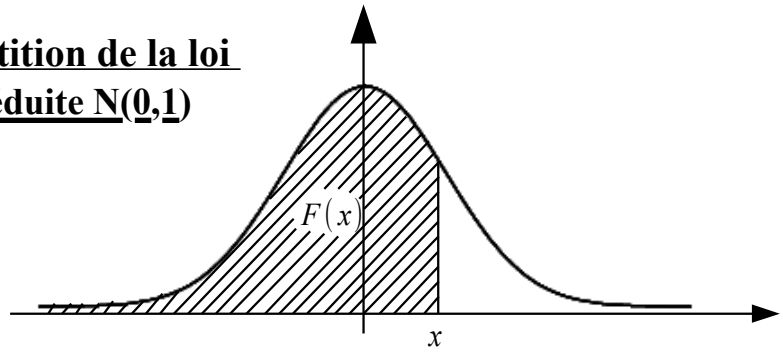
Exercice 3 :

Dans une usine de fabrication, le nombre de pièces défectueuses dans la production d'un jour est modélisé par une variable aléatoire X qui suit une loi de Poisson de paramètre 3. Un nouveau protocole de qualité, lorsqu'il est respecté, réduit le paramètre de la variable aléatoire X à 1. Par expérience, on sait par ailleurs que la probabilité a priori que le nouveau protocole de qualité est respecté est de 50%. Lors d'une inspection sur place on ne trouve dans la production aucune pièce défectueuse.

Quelle est la probabilité a posteriori que le nouveau protocole de production ait été respecté?

TABLE3. Fonction de répartition de la loi normale centrée réduite N(0,1)

Exemple : $F(0,75)=0,7734$



x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990