Université Paris II Panthéon-Assas Statistiques 1 (5099)
L1 Economie et Gestion Cours de M. Ridaoui
Session : Janvier 2023 Durée : 1h30
Documents interdits – Calculatrice autorisée.
Le barème est donné à titre indicatif et peut évoluer. Le sujet est noté sur 12.

Exercice 1 (1,5 points)
Soient x, y des variables discrètes ou continues. Montrer les propriétés suivantes :

1. $|Cov(x, y)| \leq \sigma_x \sigma_y$.
2. $|Cov(x, y)| = \sigma_x \sigma_y \Longrightarrow y = \epsilon \frac{\sigma_y}{\sigma_x} x + b$ avec $\epsilon \in \{-1, 1\}$ et $b \in \mathbb{R}$.

Exercice 2 (4,5 points)
Le tableau ci-dessous donne la répartition des salaires mensuels, en milliers d'euros, des employés d'une entreprise.

Salaire	$[1100, 1500[$	$[1500, 2000[$	$[2000, 2700[$	$[2700, 3500[$	$[3500, 4000[$
nombre de salariés n_i	15	25	50	60	50

1. Préciser la population, le caractère étudié et la nature du caractère.
2. Calculer et interpréter le mode de la série.
3. Représenter graphiquement les fréquences cumulées croissantes et décroissantes.
4. Déterminer (calculer) les coordonnées du point d'intersection des courbes de fréquences cumulées croissantes et décroissantes.
5. Quelle est la proportion p d'employés dont le salaire est inférieur à 3000 €.
6. Calculer la moyenne arithmétique et interpréter le résultat. Si le salaire de chaque employé est augmenté de 200 €, cela modifie-t-il la moyenne arithmétique, et si oui, comment ?
7. Calculer la variance. Si le salaire de chaque employé est augmenté de 200 €, cela modifie-t-il la variance, et si oui, comment ?
8. La distribution est-elle symétrique ? Pourquoi ? Dans quel sens est-elle oblique ?
9. Calculer et interpréter le premier quartile Q_1 et le troisième quartile Q_3. En déduire un indicateur de dispersion.

Exercice 3 (1,25 points)
Dans le cadre de travaux de recherche sur la durée de la saison de végétation en montagne, des stations météorologiques sont installées à différentes altitudes. La température moyenne y (en degrés Celsius $°C$) ainsi que l'altitude x (en km) de chaque station sont données par la relation suivante $y = \alpha x + \beta$.
Sur base d'un échantillon de 10 observations, on a les informations suivantes :

$$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 850, \ \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 130 \ \sigma_x = 9, \ \sigma_y = 3 \ \text{ et } \ r_{xy} = 0,90.$$

Déterminer α et β par la méthode des moindres carrés.

Exercice 4 (0,5 point)
Un prix double en 5 ans, quel est le taux annuel moyen de la hausse de ce prix ?

Exercice 5 (2,5 points)
Soit le tableau de contingence suivant :

x_i \ y_j	2	4	6	8
1	10	0	0	0
3	0	2	0	1
5	0	0	1	6

1. Calculer les moyennes, les variances et les écarts types marginaux.
2. Déterminer la distribution conditionnelle de y si $x_i = x_2$, et calculer la moyenne correspondante.
3. Les variables x et y sont-elles indépendantes ? Justifiez votre réponse.
4. Calculer la covariance de x et y.
5. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y et interpréter le résultat.

Exercice 6 (1,75 points)
Le tableau ci-dessous donne l'évolution des ventes d'un produit (y_t), trimestre par trimestre, sur trois ans. La série suit un modèle additif.

Année \ Trimestre	1	2	3	4
2019	0	4	0	4
2020	1	5	1	5
2021	2	6	2	6

1. Calculer le trend par la méthode des moyennes mobiles d'ordre 4.
2. Établir la série CVS (corrigée des variations saisonnières : y_t^*).